

CAPITOLO 3

La costruzione di un modello

3.1. INTRODUZIONE

In questo capitolo si descriveranno da un punto di vista concettuale gli approcci normalmente seguiti per costruire un modello di un sistema reale. Prima però di illustrare e commentare le metodiche generali che permettono di realizzare un modello matematico di un sistema è opportuno focalizzare l'attenzione sul funzionamento di un sistema reale servendosi anche di alcuni esempi pratici.

In modo molto intuitivo un sistema reale può essere pensato come un oggetto in cui variabili di diverso tipo interagiscono fra loro e producono segnali osservabili. In generale l'uscita del sistema sarà costituita dal vettore formato dai segnali osservabili di interesse. L'uscita del sistema così definita sarà condizionata da stimoli esterni applicati al sistema stesso, di cui solo alcuni possono essere comandati da chi ne sta osservando il funzionamento. I segnali esterni che possono essere manipolati dall'osservatore costituiscono il vettore di ingresso del sistema mentre gli altri sono detti disturbi. I disturbi, a loro volta, possono essere divisi in due tipi a seconda che essi possano essere direttamente misurati dall'osservatore oppure possano solo essere osservati attraverso la

loro influenza sull'uscita. Come schematizzato in fig. 3.1, in un sistema reale è possibile distinguere, nel caso più generale, un uscita y , stimoli esterni misurati e manipolabili (ingresso u), stimoli esterni misurati ma non manipolabili (disturbo misurato w) e stimoli esterni non misurati e non manipolabili (disturbo non misurato v).

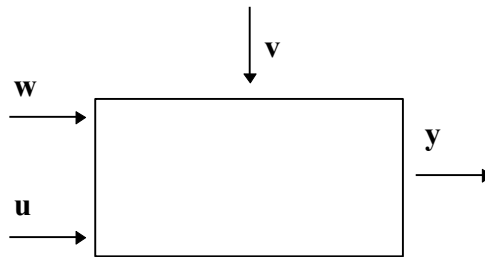


Fig. 3.1 - Sistema con uscita y , ingresso u , disturbo misurato w e disturbo non misurato v .

Per discutere in dettaglio quanto detto si può ricorrere ad un semplice esempio. Si prenda in esame un serbatoio idrico scoperto e si consideri come uscita del sistema il livello di acqua presente nel serbatoio. Si supponga di essere interessati a vedere come tale livello venga influenzato dal prelievo e immissione artificiale di acqua e dalle precipitazioni atmosferiche. Dal momento che sia il prelievo che l'immissione artificiale possono essere manipolati dall'osservatore essi costituiscono l'ingresso del sistema. Al contrario l'acqua che cade direttamente nel serbatoio a causa delle precipitazioni atmosferiche non può essere manipolata dall'osservatore ma, volendo studiare la sua influenza sull'uscita del sistema, può essere misurata. Questa variabile costituisce quindi il disturbo misurato. Oltre alle due variabili fin qui considerate vi sono però altri stimoli che possono condizionare l'uscita del sistema e che non vengono né manipolati né misurati. L'evaporazione dell'acqua dal serbatoio, le perdite accidentali di acqua rappresentano esempi di tali stimoli. Essi costituiscono quindi il disturbo non misurato. Tutto ciò è sintetizzato in modo schematico in fig. 3.2.

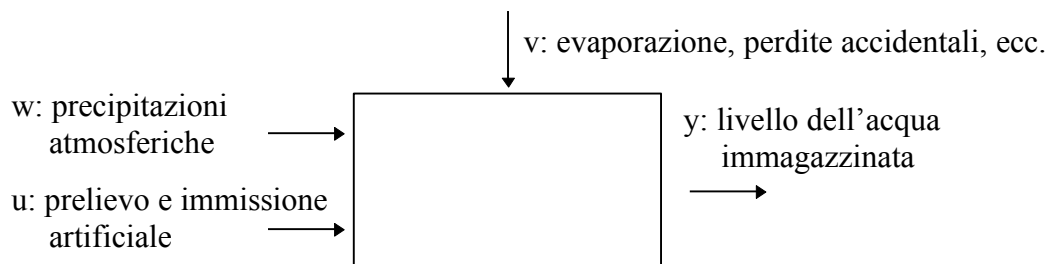


Fig. 3.2 - Serbatoio idrico scoperto in cui l'uscita y è condizionata dall'ingresso u , dal disturbo misurato w e dal disturbo non misurato v .

Con riferimento a quanto detto nel capitolo 1 si noti che il sistema di fig. 3.2 è un esempio di sistema dinamico, poiché il valore corrente dell'uscita non dipende solo dal valore corrente degli stimoli esterni ma anche dalla storia passata del sistema.

Nella pratica, nel momento in cui si è interessati ad un processo di modellizzazione di un sistema, la distinzione fra ingresso e disturbo misurato è poco importante. Si usa invece fare una netta distinzione fra stimoli misurati e stimoli non misurati, inserendo all'interno della variabile di ingresso la totalità degli stimoli misurati (manipolabili e non manipolabili) e definendo come rumore gli stimoli non misurati. Così, ad esempio, nel processo di modellizzazione del sistema schematizzato in fig. 3.2 si possono distinguere gli stimoli semplicemente in misurati (prelievo e immissione artificiale e precipitazioni atmosferiche) e stimoli non misurati (evaporazione, perdite accidentali, ecc.).

Le uscite di sistemi dinamici i cui stimoli esterni non sono misurati sono spesso dette serie temporali. Questo termine è molto comune nelle applicazioni economiche ma sistemi di questo tipo possono essere frequentemente incontrati anche in medicina. Si consideri ad esempio la generazione dei suoni e delle parole nell'uomo. I suoni della voce umana sono generati dalle vibrazioni delle corde vocali o, nel caso di suoni sordi, dal flusso di aria uscente dalla gola e modellati dalla forma del tratto vocale. L'uscita del sistema è l'onda sonora ma gli stimoli esterni che la condizionano non sono misurabili.

3.2 TIPI DI MODELLI