# Ipotesi sulle differenze

# Ipotesi sulle medie

**Singola media**

- Test t di Student per uguaglianza a una data media
- Test di Mann-Whitney per uguaglianza a una data media

**Differenza tra medie**

- Test t di Student (per dati appaiati o indipendenti)
- Test di Mann-Whitney
- Test di Wilcoxon
- Test ANOVA (per dati appaiati o indipendenti)
- Test Kruskall-Wallis
- Test di Friedmann

Nota: In blu i test parametrici, in verde i test non parametrici

# Ipotesi su una singola media

Ipotesi nulla: la media è uguale a un valore prefissato

Ipotesi alternativa: la media è diversa/maggiore/minore di un valore prefissato

# Ipotesi su una singola media

- Possiamo utilizzare il test t di Student o il test di Mann-Whitney

- Il primo test è di tipo parametrico e l'unica ipotesi da soddisfare è la normalità della distribuzione

- Il secondo test è un equivalente non parametrico

# Test t di Student

La formula di questo test è:

$$z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

Il risultato deve essere confrontato con i valori critici della distribuzione normale standard

$\bar{X}$ = media aritmetica

$\mu_0$ = valore supposto

$\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ = standard error della media

# Ipotesi su una singola media

Esempio 1: Da letteratura so che il valore medio del magnesio nei soggetti adulti è pari a 2.4. Dato che sto testando un nuovo farmaco, voglio verificare se questo tende ad aumentare o diminuire i livelli di magnesio.

Test di ipotesi:

$$\begin{cases} H_0 : \mu = 2.4 \\ H_1 : \mu \neq 2.4 \end{cases}$$

# Ipotesi su una singola media

| id | magnesio |
|---|---|
| 1 | 1,54 |
| 2 | 1,76 |
| 3 | 1,33 |
| 4 | 1,35 |
| 5 | 1,49 |
| 6 | 1,90 |
| 7 | 1,95 |
| 8 | 1,27 |
| 9 | 1,97 |
| 10 | 1,47 |
| 11 | 1,52 |
| 12 | 1,58 |
| 13 | 1,58 |
| 14 | 1,97 |
| 15 | 2,00 |
| 16 | 1,92 |
| 17 | 1,70 |
| 18 | 1,96 |
| 19 | 1,17 |

$\bar{X}$ = 1.65

$\mu_0$ = 2.4

$\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{0.27}{\sqrt{19}} = 0.06$

$$z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{1.65 - 2.4}{0.06} = -12.09$$

# Ipotesi su una singola media

Test di ipotesi: $\begin{cases} H_0: \mu = 2.4 \\ H_1: \mu \neq 2.4 \end{cases}$

Stiamo svolgendo un test bilaterale e decido che α=0.05

→i valori critici sono -1.96 e +1.96

→-12.09<-1.96 perciò rifiuto l'ipotesi nulla perché la statistica test ricade nella regione di rifiuto.

# Ipotesi su una singola media

Dai valori ottenuti ottengo un valore di p-value<0.001

→Il p-value ottenuto è più piccolo di 0.05 (l’alpha stabilito)

→Rifiuto l’ipotesi nulla a favore di quella alternativa

# Ipotesi su una singola media

Il farmaco riduce in modo **significativo** la concentrazione media del magnesio!!

(la differenza osservata non è frutto del caso)

# Test per la differenza tra medie

Ipotesi nulla: non c’è differenza tra le medie

L’ipotesi alternativa cambia in base al numero di medie da confrontare

*Se sono 2:*
Ipotesi alternativa: le due medie sono differenti

*Se sono 3 o più di 3:*
Ipotesi alternativa: esiste **almeno** una media differente dalle altre

# Test per la differenza tra medie

Esempi:

in media gli uomini sono più alti delle donne?

Un farmaco produce una diminuzione media dei livelli di magnesio?
(dovremo confrontare chi non utilizza il farmaco e chi lo utilizza)

# Test per la differenza tra medie

Necessitano 2 variabili: una quantitativa (outcome) e una qualitativa (exposure)

Test t di Student, test di Mann-Whitney, test di Wilcoxon vengono applicati con variabili qualitative dicotomiche

ANOVA, Friedmann e Kruskal-Wallis vengono applicati con variabili qualitative policotomiche

# Test per la differenza tra medie

| **Test parametrici** | **Test non parametrici** |
| --- | --- |
| Test t di Student per dati non appaiati | Test di Mann-Whitney |
| Test t di Student per dati appaiati | Test di Wilcoxon |

# Test per la differenza tra medie

| **Test parametrici** | | **Test non parametrici** |
|---|---|---|
| Test ANOVA per dati non appaiati | → | Test di Kruskal-Wallis |
| Test ANOVA per dati appaiati | → | Test di Friedmann |

# Test per la differenza tra medie

Per il test t di Student per la differenza tra medie e il test ANOVA le ipotesi da soddisfare sono:

1. Distribuzione normale della variabile in ogni gruppo

2. Omoschedasticità delle varianze tra i gruppi

# Test per la differenza tra medie

Prima di applicare questi test è necessario valutare:

Il test di Kolmogorov-Smirnov per verificare che la distribuzione sia normale.

→ Viene applicato tante volte quanti sono i gruppi (le categorie della variabile quaitativa)

Il test di Bartlett/Levene per l’omoschedasticità delle varianze

# Test per la differenza tra medie

Dal punto di vista descrittivo possiamo sintetizzare i dati attraverso:

- Media e deviazione standard calcolati su ciascun gruppo definito dalla variabile qualitativa

- Box-plot

# Test per la differenza tra medie

**Esempio:**

Un farmaco produce una diminuzione media dei livelli di magnesio?

| ID | farmaco | magnesio |
|---|---|---|
| 1 | si | 1,93 |
| 2 | si | 1,10 |
| 3 | si | 1,69 |
| 4 | si | 1,06 |
| 5 | si | 1,95 |
| 6 | si | 0,96 |
| 7 | si | 0,92 |
| 8 | si | 0,62 |
| 9 | si | 1,17 |
| 10 | si | 1,18 |
| 11 | si | 1,11 |
| 12 | no | 2,84 |
| 13 | no | 2,56 |
| 14 | no | 2,30 |
| 15 | no | 3,59 |
| 16 | no | 2,43 |
| 17 | no | 3,28 |
| 18 | no | 3,12 |
| 19 | no | 2,40 |

# Test per la differenza tra medie

Per sintetizzare i dati possiamo calcolare i valori di media e deviazione standard nei due gruppi

Farmaco si: 1.24±0.43 [media ± deviazione standard]

Farmaco no: 2.82±0.47 [media ± deviazione standard]

# Test per la differenza tra medie

| ID | farmaco | magnesio |
|---|---|---|
| 1 | si | 1,93 |
| 2 | si | 1,10 |
| 3 | si | 1,69 |
| 4 | si | 1,06 |
| 5 | si | 1,95 |
| 6 | si | 0,96 |
| 7 | si | 0,92 |
| 8 | si | 0,62 |
| 9 | si | 1,17 |
| 10 | si | 1,18 |
| 11 | si | 1,11 |
| 12 | no | 2,84 |
| 13 | no | 2,56 |
| 14 | no | 2,30 |
| 15 | no | 3,59 |
| 16 | no | 2,43 |
| 17 | no | 3,28 |
| 18 | no | 3,12 |
| 19 | no | 2,40 |

Abbiamo una variabile qualitativa dicotomica e una variabile quantitativa.

I dati non sono appaiati, perciò possiamo applicare il test t di Student o il test di Mann Whitney

→dobbiamo verificare i requisiti per capire quale dei due poter applicare

# Test per la differenza tra medie

Dobbiamo dividere la variabile quantitativa in due gruppi identificati dalla variabile qualitativa

| ID | farmaco | magnesio |
|---|---|---|
| 1 | si | 1,93 |
| 2 | si | 1,10 |
| 3 | si | 1,69 |
| 4 | si | 1,06 |
| 5 | si | 1,95 |
| 6 | si | 0,96 |
| 7 | si | 0,92 |
| 8 | si | 0,62 |
| 9 | si | 1,17 |
| 10 | si | 1,18 |
| 11 | si | 1,11 |

Ha una distribuzione normale?

| ID | farmaco | magnesio |
|---|---|---|
| 12 | no | 2,84 |
| 13 | no | 2,56 |
| 14 | no | 2,30 |
| 15 | no | 3,59 |
| 16 | no | 2,43 |
| 17 | no | 3,28 |
| 18 | no | 3,12 |
| 19 | no | 2,40 |

Ha una distribuzione normale?

# Test per la differenza tra medie

Dobbiamo dividere la variabile quantitativa in due gruppi identificati dalla variabile qualitativa

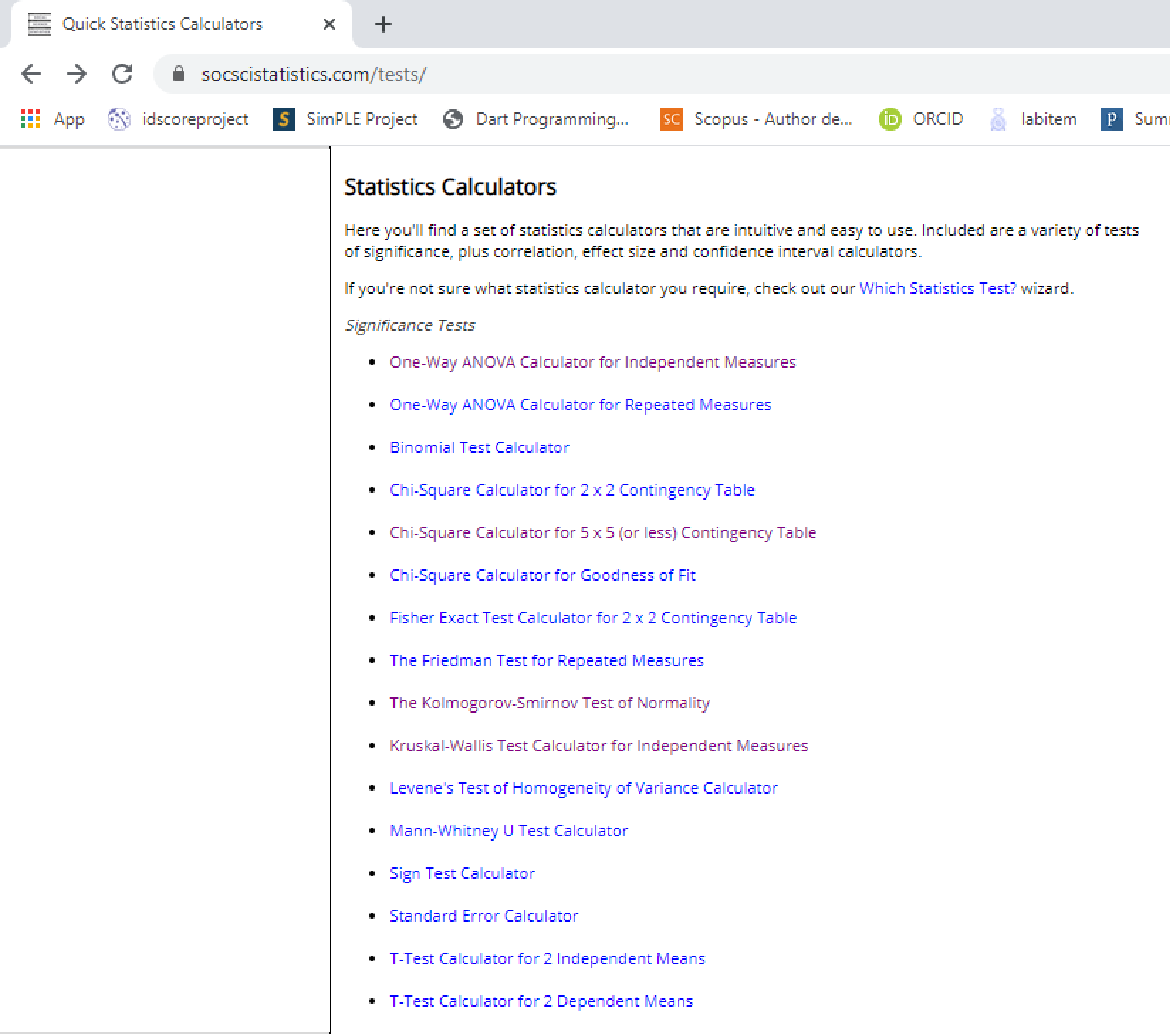
| ID | farmaco | magnesio |
|---|---|---|
| 1 | si | 1,93 |
| 2 | si | 1,10 |
| 3 | si | 1,69 |
| 4 | si | 1,06 |
| 5 | si | 1,95 |
| 6 | si | 0,96 |
| 7 | si | 0,92 |
| 8 | si | 0,62 |
| 9 | si | 1,17 |
| 10 | si | 1,18 |
| 11 | si | 1,11 |

| ID | farmaco | magnesio |
|---|---|---|
| 12 | no | 2,84 |
| 13 | no | 2,56 |
| 14 | no | 2,30 |
| 15 | no | 3,59 |
| 16 | no | 2,43 |
| 17 | no | 3,28 |
| 18 | no | 3,12 |
| 19 | no | 2,40 |

Calcolo la varianza

Calcolo la varianza

Sono omogenee?




Per effettuare questi test potete utilizzare:

← Calcolatori online

- Excel (chi-quadrato, test t, ANOVA, correlazione)
- Software (SPSS, STATA, R, SAS, Stat View, GraphPad)

# The Kolmogorov-Smirnov Test of Normality

Success!

*Interpreting the Result*

The test statistic (D), which you'll see below, provides a measurement of the divergence of your sample distribution from the normal distribution. The higher the value of D, the less probable it is that your data is normally distributed. The *p*-value quantifies this probability, with a low probability indicating that your sample diverges from a normal distribution to an extent unlikely to arise merely by chance. Put simply, high D, low *p*, is evidence that your data *is not* normally distributed.

It's also worth taking a look at the figures provided for skewness and kurtosis. The nearer both these are to zero, the more likely it is that your distribution is normal.

Your Data

```
1.93
1.1
1.69
1.06
1.95
0.96
0.92
0.62
1.17
1.18
1.11
```

**Distribution Summary**

Count : 11

Mean: 1.24455

Median: 1.11

Standard Deviation: 0.427209

Skewness: 0.70271

Kurtosis: -0.426292

*Result*: The value of the K-S test statistic (D) is .29023.

The *p*-value is .25807. Your data does *not* differ significantly from that which is normally distributed.

Your Data

2.84
2.56
2.3
3.59
2.43
3.28
3.12
2.4

**Distribution Summary**

Count : 8

Mean: 2.815

Median: 2.7

Standard Deviation: 0.472259

Skewness: 0.565503

Kurtosis: -1.161635

**Test di Kolmogorov-Smirnov sul secondo gruppo**

*Result*: The value of the K-S test statistic (D) is .21811.

The *p*-value is .76824. Your data does *not* differ significantly from that which is normally distributed.

**POSSO APPLICARE IL TEST T DI STUDENT PER DATI NON APPAIATI!!**

## Test di Levene

The *f*-ratio value is 0.29165. The *p*-value is .596168. The result is *not* significant at $p < .05$.

The requirement of homogeneity is met.

## *T*-Test Calculator for 2 Independent Means

Enter the values for your two treatment conditions into the text boxes below, either one score per line or as a comma delimited list. Select your significance level and whether your hypothesis is one or two-tailed. Then give your data a final check, and press the "Calculate T and P Values" button.

Treatment 1 (*X*)

1.93
1.1
1.69
1.06
1.95
0.96
0.92
0.62
1.17
1.18
1.11

Treatment 2 (*X*)

2.84
2.56
2.3
3.59
2.43
3.28
3.12
2.4

Significance Level:

- ○ .01
- ◉ .05
- ○ .10

One-tailed or two-tailed hypothesis?:

- ○ One-tailed
- ◉ Two-tailed

No calculation has yet been performed.

[Calculate T and P Values] [Reset]

Valore della statistica test

p-value

Decisione (in questo caso rifiutiamo l'ipotesi nulla→ il farmaco riduce i livelli medi di magnesio)

The *t*-value is -7.57275. The *p*-value is < .00001. The result is significant at $p < .05$.

Note: If you wish to calculate the effect size, this calculator will do the job.

Want to know how to report this *t*-test result in your work? (Opens in a new tab so you don't lose your calculation.)

[How to report a *t*-test result (APA)]

# Ipotesi di correlazione

# Ipotesi di correlazione

- Coinvolge due variabili di tipo quantitativo
- Una ha funzione di exposure e una di outcome
- La tecnica descrittiva che viene utilizzata è lo scatterplot

# Ipotesi di correlazione

Ipotesi nulla: non c’è correlazione

Ipotesi alternativa: c’è correlazione

Ma che cosa è la correlazione?

# Ipotesi di correlazione

**La correlazione misura la forza della relazione tra le variabili**

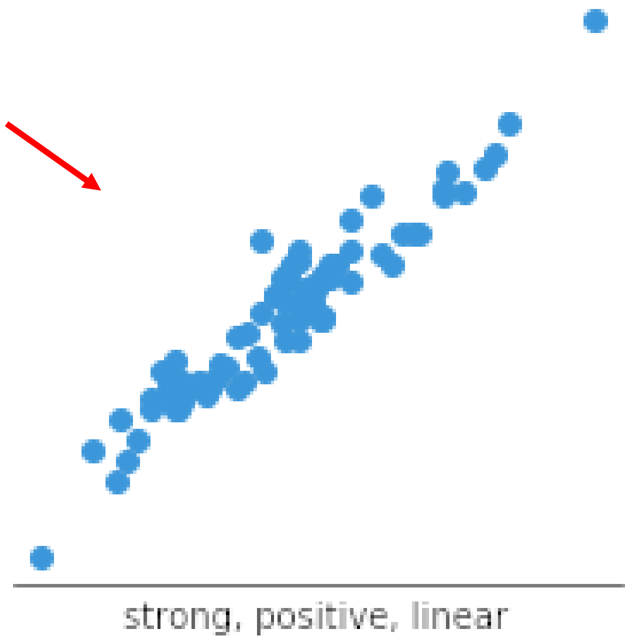
In modo visivo e pratico possiamo dire che la correlazione misura quanto le osservazioni sono vicine a una linea di tendenza

La linea di tendenza può essere una retta (**correlazione lineare**) o una curva (**correlazione non lineare**)

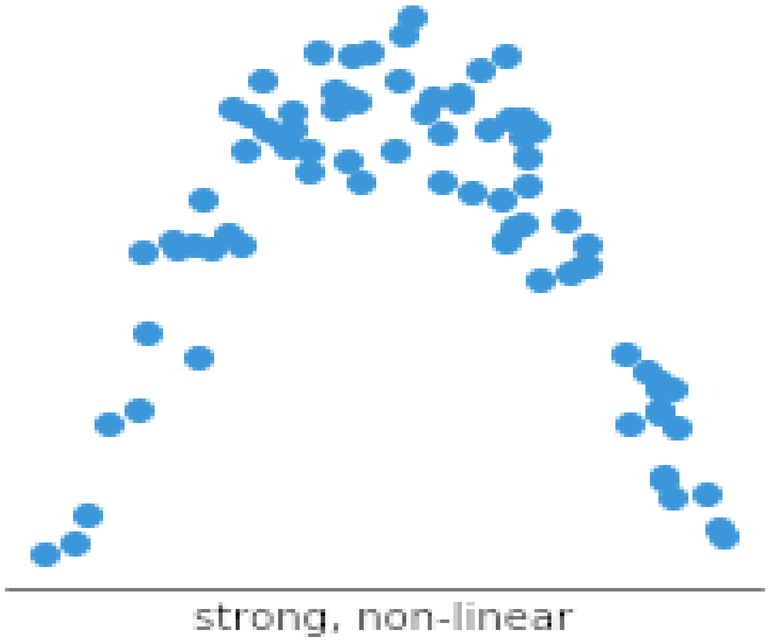
# Ipotesi di correlazione

**Correlazione lineare**

Ci concentreremo su questi tipo di correlazione



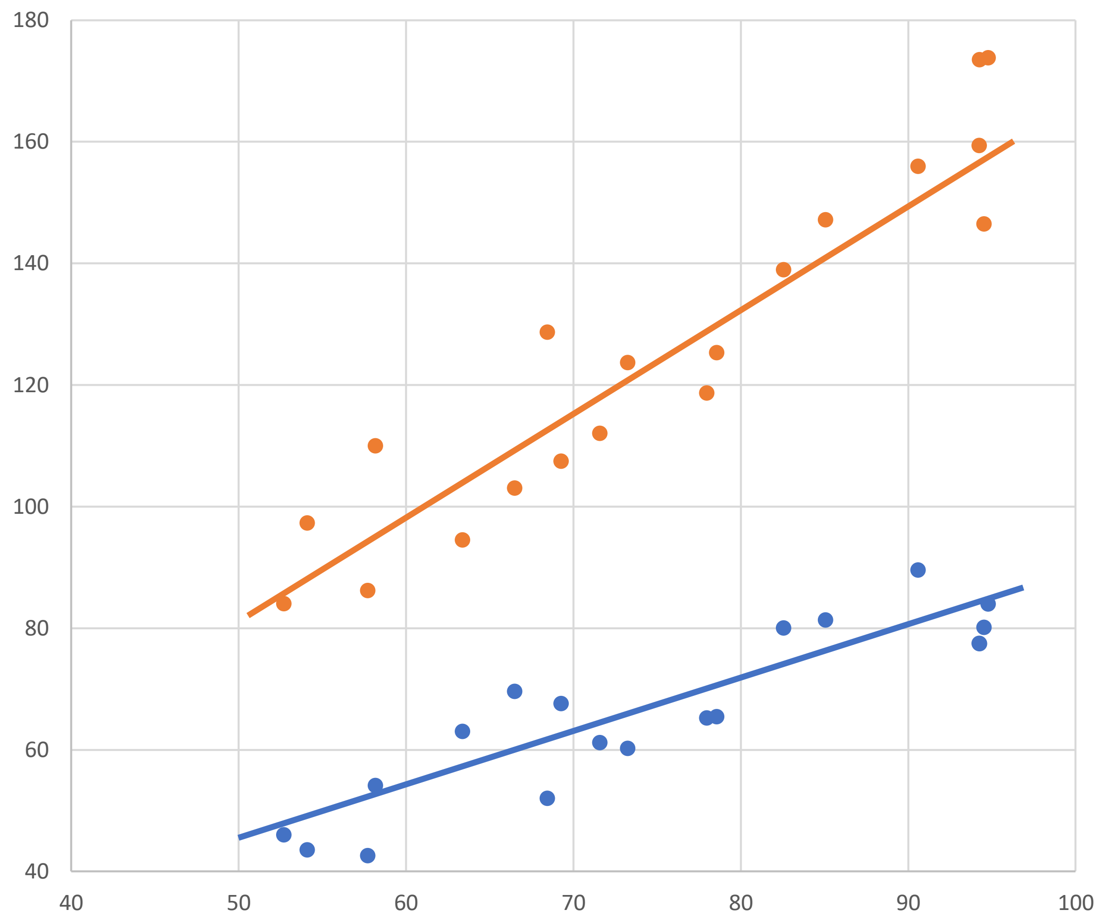

**Correlazione non lineare**



# Ipotesi di correlazione

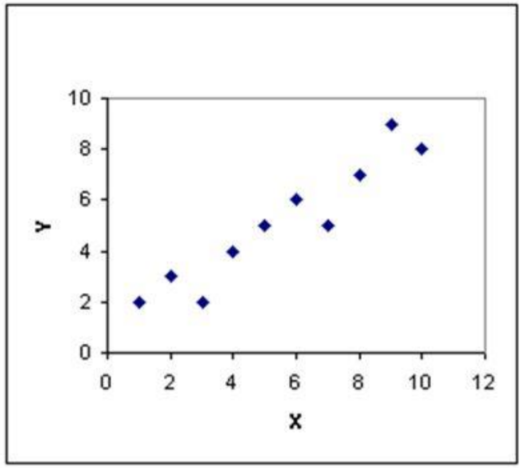
- Tuttavia non è importante l’equazione della linea di tendenza centrale ma solo quanto le osservazioni sono vicine ad essa.

- Due linee di tendenza centrale potrebbero avere la stessa correlazione

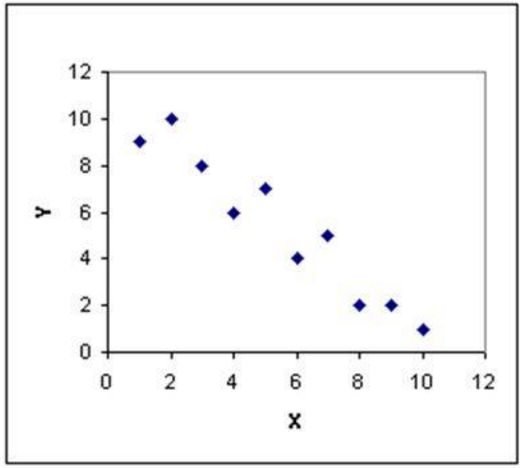


# Ipotesi di correlazione

Correlazione positiva



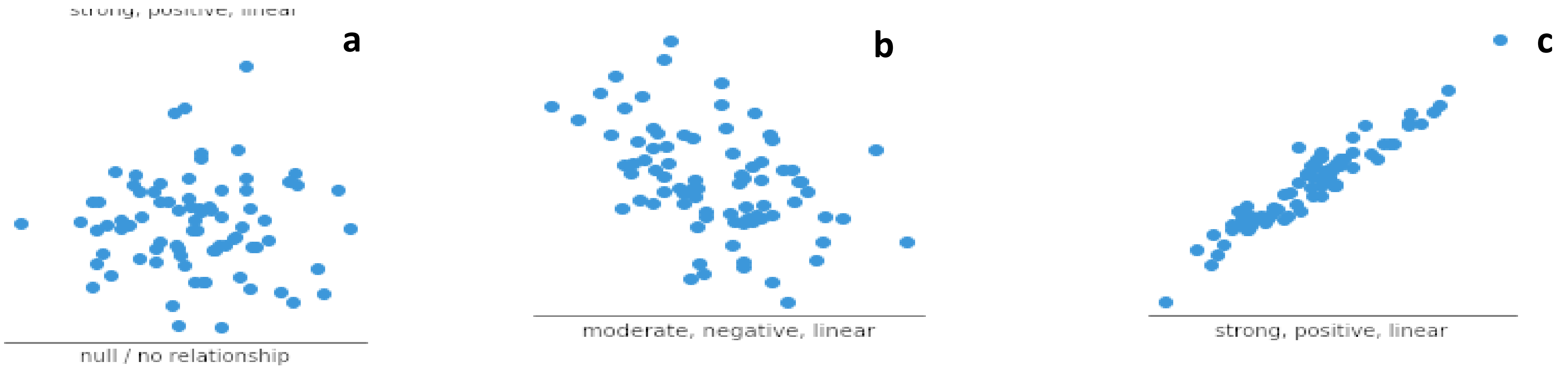

Correlazione negativa




- La correlazione può essere **positiva** o **negativa**

- **POSITIVA (o diretta):** all'aumentare dell'exposure aumenta l'outcome
- **NEGATIVA (o inversa):** all'aumentare della variabile di exposure diminuisce l'outcome

# Ipotesi di correlazione




a) Non c’è correlazione, i punti sono una «nuvola casuale»
b) C’è una correlazione media, intravediamo un andamento e i punti iniziano ad avvicinarsi
c) C’è una correlazione elevata (quasi perfetta), i punti sono molto vicini ad una linea di tendenza centrale

# Ipotesi di correlazione

**Coefficienti di correlazione lineare *r***

**Di Pearson**

**Di Spearman**

**Di Kendall**

- I 3 coefficienti assumono valori tra -1 e 1
- Più il coefficiente si avvicina agli estremi più la correlazione è forte
- A 0 non c’è correlazione
- Per valori compresi tra -1 e 0 la correlazione è negativa
- Per valori compresi tra 0 e 1 la correlazione è positiva

# Ipotesi di correlazione

**Coefficienti di correlazione lineare *r***

**Di Pearson**

**Di Spearman**

**Di Kendall**

- Se $|r|<0.3$ la correlazione è **debole**
- Se $|r|<0.7$ la correlazione è **moderata**
- Se $|r|>0.7$ la correlazione è **forte**

Tuttavia nella clinica questa classificazione non è sempre rispettata infatti in alcuni campi correlazioni di 0.4 sono considerate forti

# Ipotesi di correlazione

**Coefficienti di correlazione lineare *r***

**Di Pearson**

**Di Spearman**

**Di Kendall**

- Il coefficiente di correlazione di Pearson fa parte delle tecniche parametriche
- Il requisito da soddisfare è che la distribuzione «congiunta» delle variabili sia normale (normale bivariata)
- Dato che questo requisito è più complesso da verificare, accettiamo che entrambe le variabili (separatamente) siano distribuite in modo normale

# Ipotesi di correlazione

**Coefficienti di correlazione lineare *r***

**Di Pearson**

**Di Spearman**

**Di Kendall**

- I coefficienti di correlazione di Spearman e di Kendall sono tecniche non parametriche

- Il coefficiente di correlazione di Spearman è sensibile ai valori uguali (**ties**) perché si basa sull'ordinamento. Potremmo ottenere un valore di correlazione un po' più elevato di quello che è realmente.

ES. 1,1,1,2,2,2,2,2,3,3,3,3,4,4

# Ipotesi di correlazione

**Coefficienti di correlazione lineare *r***

**Di Pearson**

**Di Spearman**

**Di Kendall**

Questi coefficienti non sono test! Perciò non parliamo di test di Pearson o di Spearman

Tuttavia ci sono dei test che ci permettono di dire se la correlazione osservata e calcolata tramite i coefficienti di correlazione è frutto del caso oppure no.

Quando calcolerete questi coefficienti con i software otterrete anche il p-value del relativo test

# Ipotesi di correlazione

Esempio:

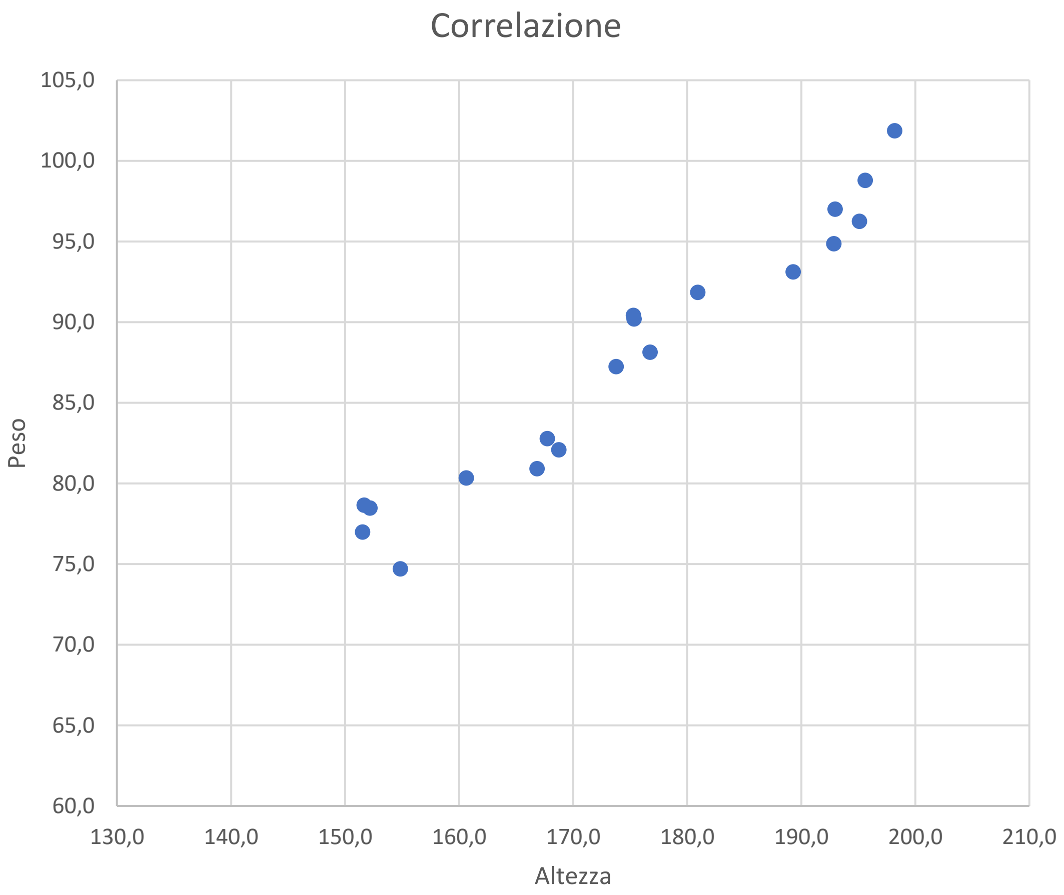
C’è correlazione tra peso e altezza?

Altezza → variabile di exposure

Peso → variabile di outcome

| id | Altezza | Peso |
|---|---|---|
| 1 | 175,3 | 90,4 |
| 2 | 173,8 | 87,2 |
| 3 | 198,2 | 101,9 |
| 4 | 175,3 | 90,2 |
| 5 | 166,8 | 80,9 |
| 6 | 168,7 | 82,1 |
| 7 | 176,7 | 88,1 |
| 8 | 195,1 | 96,3 |
| 9 | 195,6 | 98,8 |
| 10 | 167,7 | 82,8 |
| 11 | 192,8 | 94,9 |
| 12 | 154,8 | 74,7 |
| 13 | 180,9 | 91,8 |
| 14 | 192,9 | 97,0 |
| 15 | 152,2 | 78,5 |
| 16 | 189,3 | 93,1 |
| 17 | 160,6 | 80,3 |
| 18 | 151,7 | 78,7 |
| 19 | 151,5 | 77,0 |

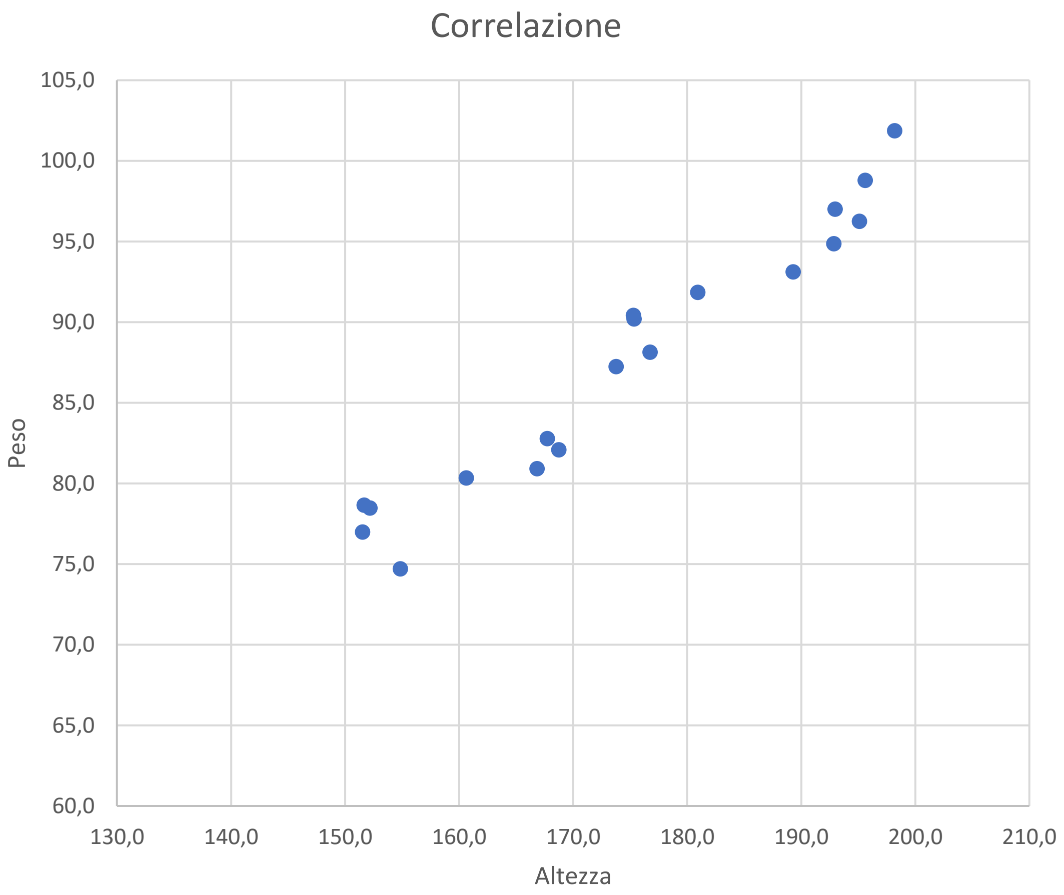
# Ipotesi di correlazione




Calcolo per esempio il coefficiente di correlazione lineare di Pearson

$r$=0.97

# Ipotesi di correlazione




Questo coefficiente è *statisticamente significativo*? C'è realmente questa correlazione o è frutto del caso?

Dobbiamo fare il test per la verifica di questa ipotesi