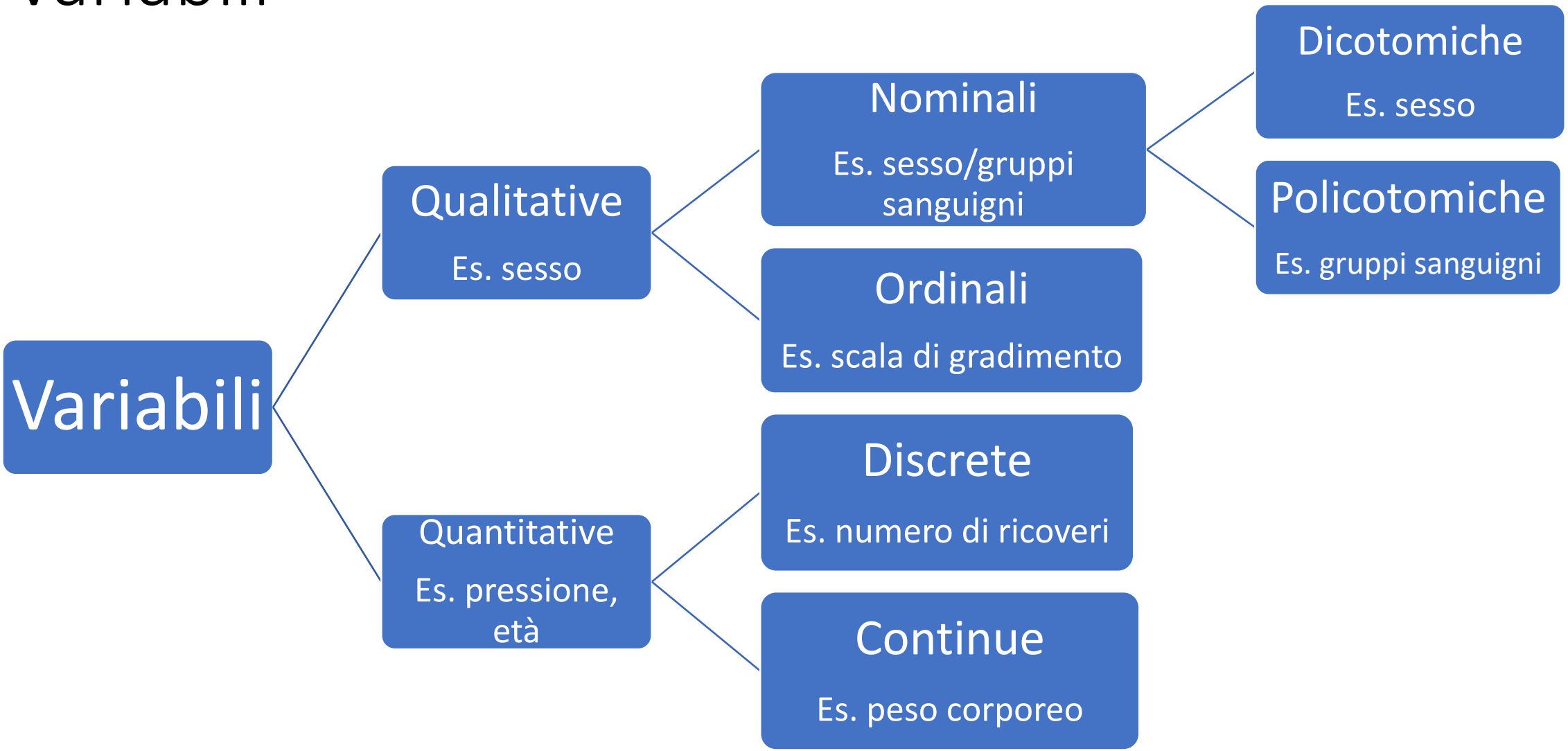
Statistica descrittiva

Definizioni

	Sesso	Età
Maria	F	34
Filippo	M	23
Giulia	F	19

- La tabella complessiva si chiama **database** (raccolta ben strutturata di informazioni)
- Maria, Filippo, Giulia sono **unità statistiche** (tutte le informazioni relative ad una specifica unità statistica sono riportate sulla stessa riga)
- Sesso e età sono **variabili**
- F/M,34,23,19 sono **dati o osservazioni** (realizzazione della variabile, ovvero il valore che assume la variabile su quella specifica unità statistica).
- Nel caso delle variabili che esprimono qualità come il sesso, i «valori» che può assumere la variabile sono detti **modalità** o **categorie**

Variabili


Variabili
Qualitative
Es. sesso
Quantitative
Es. pressione, età
Nominali
Es. sesso/gruppi sanguigni
Ordinali
Es. scala di gradimento
Discrete
Es. numero di ricoveri
Continue
Es. peso corporeo
Dicotomiche
Es. sesso
Policotomiche
Es. gruppi sanguigni

Variabili quantitative

Continue:

Peso: 65,7kg 80,2kg 56,1kg …

Diametro: 2,3cm 1,7cm 2,2cm..

Altezza: 170cm 165cm 183cm..

Discrete:

Accessi al PS: 45 72 121 3 …

Numero di pz visitati al mese con sospetto melanoma: 2 45 31 12..

Variabili qualitative

Nominali policotomiche:

Gruppi sanguigni: A, B, AB, 0
Fumo: Si, No, Ex fumatore
Regioni: Toscana, Lombardia, Sicilia,..

Nominali dicotomiche:

Sesso: Maschio, Femmina
Fumo: Si, No
Istologia: nodulo benigno, tumore

Ordinali:

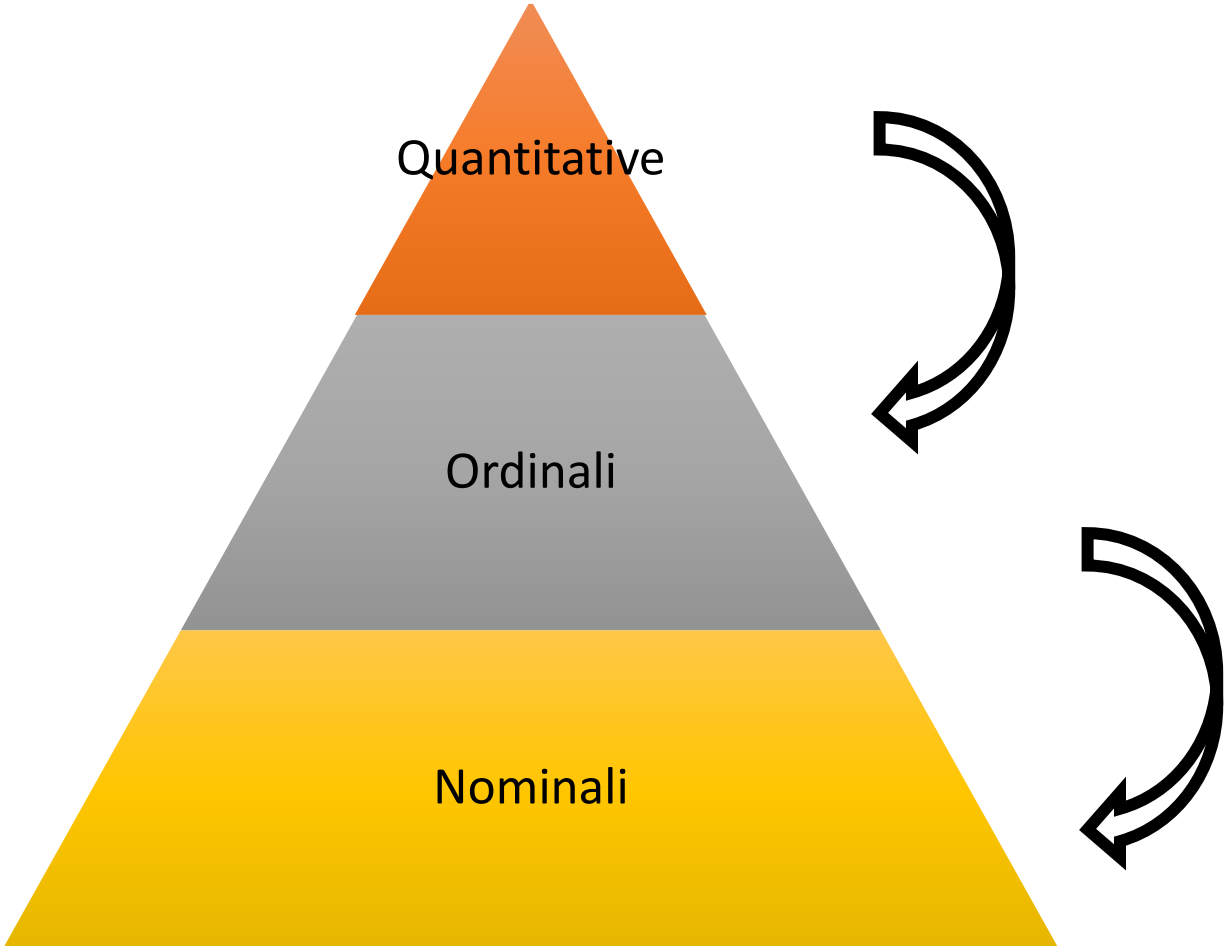
Punteggi e scale

Scala NRS: 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10
Indice di Apgar: 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10

Qualità ordinabili in modo crescente o descrescente

BMI: sottopeso, normopeso, sovrappeso, obeso
Esposizione al sole: scarsa, media, alta

Gerarchia delle variabili



La gerarchia è dovuta all'apporto di informazione che danno le variabili e alla possibilità di trasformare le variabili degli strati più alti in variabili di livello più basso.

Statistica descrittiva

- Frequenze
- Tabelle di contingenza
- Indici di sintesi (indici di centralità e dispersione)
- Grafici

Frequenze e tabelle di contingenza

Frequenze

- **Assolute**: numero di volte in cui si presenta una modalità della variabile

- **Relative**: vengono calcolate come rapporto tra le frequenze assolute e la numerosità campionaria.

- **Percentuali:** vengono calcolate come prodotto delle frequenze relative per 100

Frequenze assolute

Variabile qualitativa policotomica fumo (0=no, 1=si, 2=ex fumatore)

Osservazioni sulle unità statistiche: 0,1,2,0,0,0,1,2,1,2,1,0,1,2,0,1,2,0,1,1,1

	Frequenze assolute
0 (SI)	7
1 (NO)	9
2 (ex fumatore)	5
Totale	21

Conteggi delle categorie della variabile

Frequenze relative

Variabile qualitativa policotomica fumo (0=no, 1=si, 2=ex fumatore)

Osservazioni sulle unità statistiche: 0,1,2,0,0,0,1,2,1,2,1,0,1,2,0,1,2,0,1,1,1

	Frequenze assolute	Frequenze relative
0 (SI)	7	0.33
1 (NO)	9	0.43
2 (ex fumatore)	5	0.24
Totale	21	1

Rapporto delle frequenze assolute per il totale:
7/21=0.33
9/21=0.43
5/21=0.24

Frequenze percentuali

Variabile qualitativa policotomica fumo (0=no, 1=si, 2=ex fumatore)

Osservazioni sulle unità statistiche: 0,1,2,0,0,0,1,2,1,2,1,0,1,2,0,1,2,0,1,1,1

	Frequenze assolute	Frequenze relative	Frequenze percentuali
0 (SI)	7	0.33	33%
1 (NO)	9	0.43	43%
2 (ex fumatore)	5	0.24	24%
Totale	21	1	100%

Prodotto delle frequenze relative per 100%:
(0.33x100)%=33%
(0.43x100)%=43%
(0.24x100)%=24%

Tabelle di contingenza

Modalità o categorie della variabile

Outcome/variabile dipendente

	Mod1	Mod2	Totale di riga
Mod1			R_1
Mod2			R_2
Totale di colonna	C_1	C_2	Totale (n)

Exposure /variabile indipendente

- Frequenze assolute
- Frequenze relative
- Frequenze percentuali

Numerosità campionaria

Tabelle di contingenza

- **Assolute:** numero di volte in cui compare una coppia di modalità
- **Relative/Percentuali:** rapporto tra frequenze assolute e numerosità campionaria, in questo caso è possibile calcolarle rapportando le frequenze assolute al totale di riga o di colonna (es studi caso-controllo rapporto con totale di colonna, studi prospettici rapporto con totale di riga)
- **Attese**: vengono calcolate nelle tabelle di contingenza. Non vengono utilizzate per sintetizzare i dati. Sono necessarie però per stabilire quale test utilizzare. La frequenza attesa di una cella viene calcolata come:

$$\frac{C_i * R_i}{n}$$

Tabelle di contingenza

Voglio sintetizzare congiuntamente le variabili Fumo e Cancro al polmone per vedere se il cancro è più presente o meno nei fumatori rispetto ai non fumatori

id	Fumo	Cancro al polmone
1	No	Si
2	Si	No
3	No	No
4	Si	Si
5	No	Si
6	Si	No
7	No	Si
8	No	Si
9	Si	No
10	No	No
11	No	Si
12	Si	No
13	Si	No
14	No	No
15	No	No
16	Si	Si
17	Si	No
18	No	Si

Frequenze assolute

	Cancro al polmone		
Fumo	Si	No	Totale
Si	**52**	**27**	79
No	**34**	**77**	111
Totale	86	104	190

Numero di volte in cui compaiono le coppie
No-No
No-Si
Si-No
Si-Si

Frequenze relative

	Cancro al polmone		
Fumo	Si	No	Totale
Si	**52**	**27**	79
No	**34**	**77**	111
Totale	86	104	190

Rapporto con numerosità campionaria

	Cancro al polmone		
Fumo	Si	No	Totale
Si	**0.27**	**0.14**	0.41
No	**0.18**	**0.41**	0.59
Totale	0.45	0.55	1

Rapporto con totale di riga

	Cancro al polmone		
Fumo	Si	No	Totale
Si	**0.66**	**0.34**	1
No	**0.31**	**0.69**	1

Rapporto con totale di colonna

	Cancro al polmone	
Fumo	Si	No
Si	**0.60**	**0.26**
No	**0.40**	**0.74**
Totale	1	1

Frequenze percentuali

	Cancro al polmone		
Fumo	Si	No	Totale
Si	**52**	**27**	79
No	**34**	**77**	111
Totale	86	104	190

Rapporto con numerosità campionaria

	Cancro al polmone		
Fumo	Si	No	Totale
Si	**27%**	**14%**	41%
No	**18%**	**41%**	59%
Totale	45%	55%	100%

Rapporto con totale di riga

	Cancro al polmone		
Fumo	Si	No	Totale
Si	**66%**	**34%**	100%
No	**31%**	**69%**	100%

Rapporto con totale di colonna

	Cancro al polmone	
Fumo	Si	No
Si	**60%**	**26%**
No	**40%**	**74%**
Totale	100%	100%

Indici di sintesi

Indici di centralità e dispersione

Indici di centralità

Media: media aritmetica dei dati osservati.

$$\underbrace{2, 3, 4, 4, 6, 12, 5, 6}_{\text{8 valori}} \rightarrow \frac{2+3+4+4+6+12+5+6}{8} = 5.25$$

Indici di centralità

Mediana: numero centrale (per calcolarla la serie deve essere ordinata)

La mediana individua e separa il 50% dei valori.

Non è sensibile agli outlier diversamente dalla media

Viene calcolata in modo diverso in base al numero di elementi della serie

Indici di centralità

- **Numero pari di elementi:**

  calcolo della media tra gli elementi in posizione $\frac{n}{2}$ e $\frac{n+2}{2}$

  2, 3, 4, $\boxed{4, 5}$, 6, 6, 12 → media dei due valori centrali → mediana=4.5

- **Numero dispari di elementi:**

  selezioniamo l'elemento in posizione $\frac{n+1}{2}$

  2, 3, 4, 4, $\boxed{5}$, 6, 6, 12, 13 → valore centrale → mediana=5

Indici di centralità

Moda: è il valore che compare più volte.

Nel caso in cui più valori distinti compaiono lo stesso numero di volte allora la moda non è unica ma sono tante quante questi valori

2, 3, 4, 4, 5, 6, 8, 12 → moda: 4

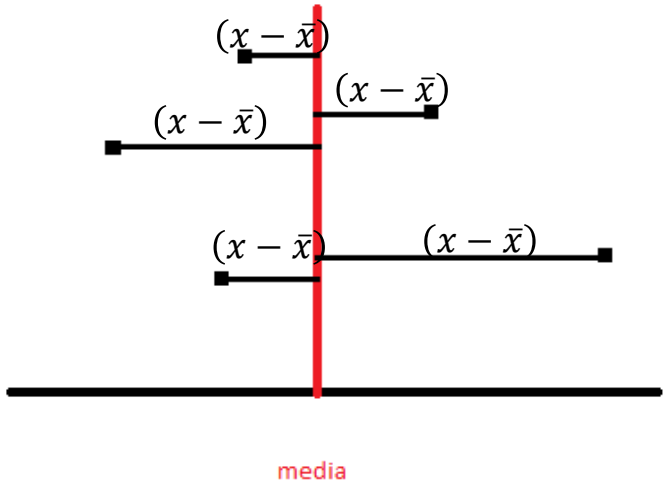
2, 3, 4, 4, 5, 6, 6, 12 → mode: 4,6

Indici di dispersione

- **Varianza**: scarto quadratico medio, indice di centralità associato alla media

$$\sigma^2 = \frac{\sum(x-\bar{x})^2}{n}$$

- **Deviazione standard:** radice quadrata della varianza, è l'indice di dispersione usualmente associato alla media dato che hanno la stessa unità di misura



Indici di dispersione

Ce ne sono altri non frequentemente utilizzati come indici di sintesi me molto utili. Tra questi ci sono:

- Lo **standard error**

Quantifica il grado di certezza col quale il parametro stimato su un campione casuale stima la vera media della popolazione da cui il campione è tratto

$$\textbf{SE}=\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

- Il **coefficiente di variazione**

Permette di valutare la dispersione dei valori attorno alla media indipendentemente dall'unità di misura (grandezza adimensionale). Più è basso più i dati sono concentrati intorno alla media.

$$\textbf{CV}= \frac{\sigma}{media} * 100$$

Indici di dispersione

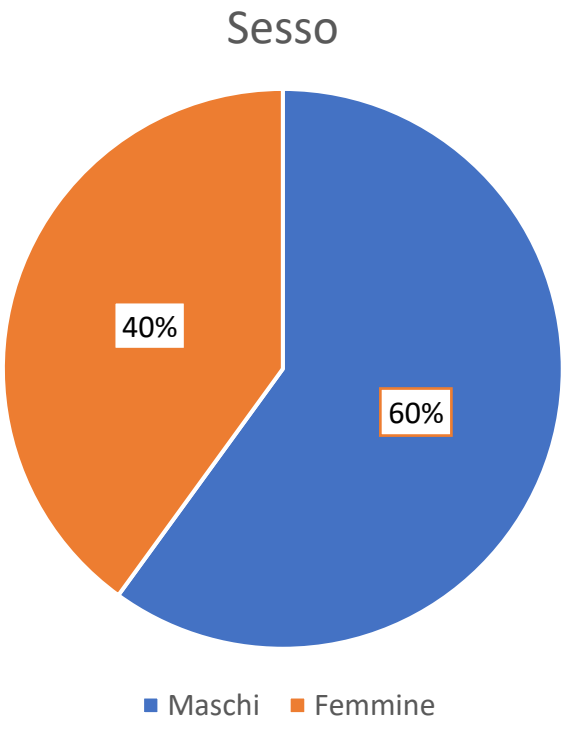
- **Range interquartile:** range compreso tra il primo e il terzo quartile (primo quartile ha a sinistra il 25% delle osservazioni, il terzo quartile il 75%); è l'indice di dispersione associato alla mediana

- **Range minimo-massimo:** range compreso tra il valore più piccolo osservato e quello più grande, anche questo viene associato alla mediana

Grafici

Grafici per variabili qualitative

Grafico a torta



Viene utilizzato per rappresentare un'unica variabile qualitativa

Gli spicchi sono tanti quanti le modalità della variabile qualitativa

È preferibile utilizzarlo quando le modalità della variabile non sono molte

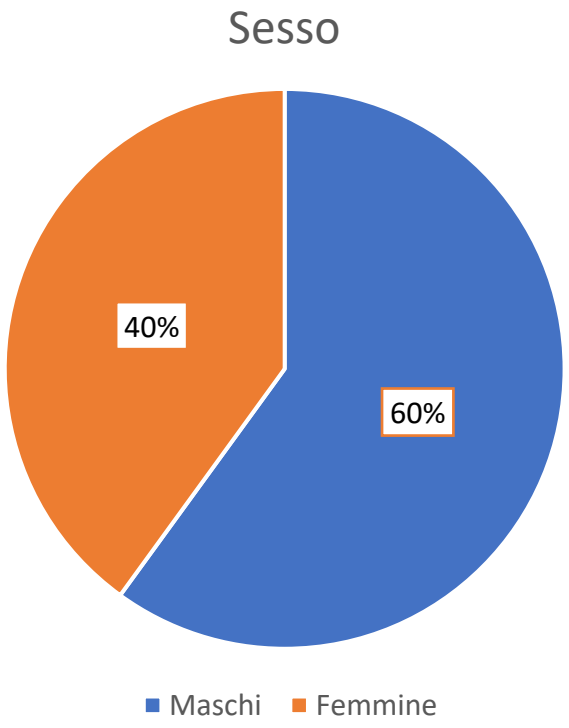
Possiamo decidere di inserire nel grafico le frequenze assolute o relative o percentuali

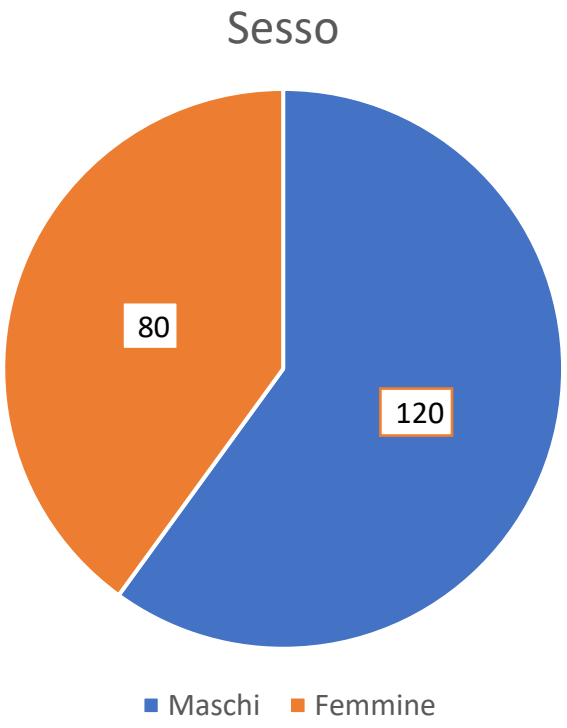
Gli spicchi ricoprono un'area del cerchio pari alla frequenza percentuale

Grafici per variabili qualitative

Grafico a torta

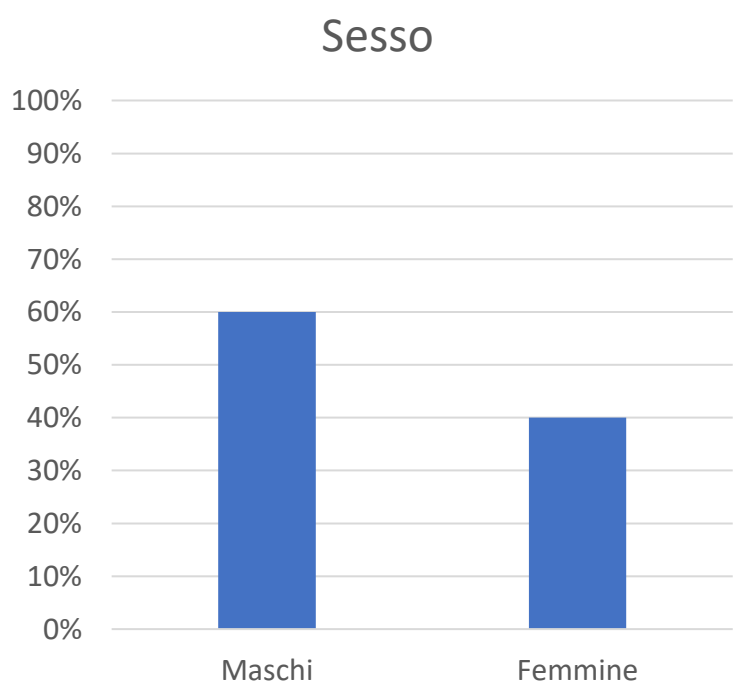
Sesso		80
M	120	60%
F	80	40%
Totale	200	100%





Grafici per variabili qualitative

Grafico a barre



Può sintetizzare una o due variabili qualitative

Se sintetizza una sola variabile qualitativa le barre sono tante quante le modalità della variabile

Nell'asse delle ordinate possiamo decidere di inserire le frequenze assolute, relative o percentuali

Le altezze dei rettangoli dipendono dalle frequenze assolute/relative/percentuali delle categorie

Questo grafico può essere utilizzato in presenza di molte modalità

Grafici per variabili qualitative

Grafico a barre

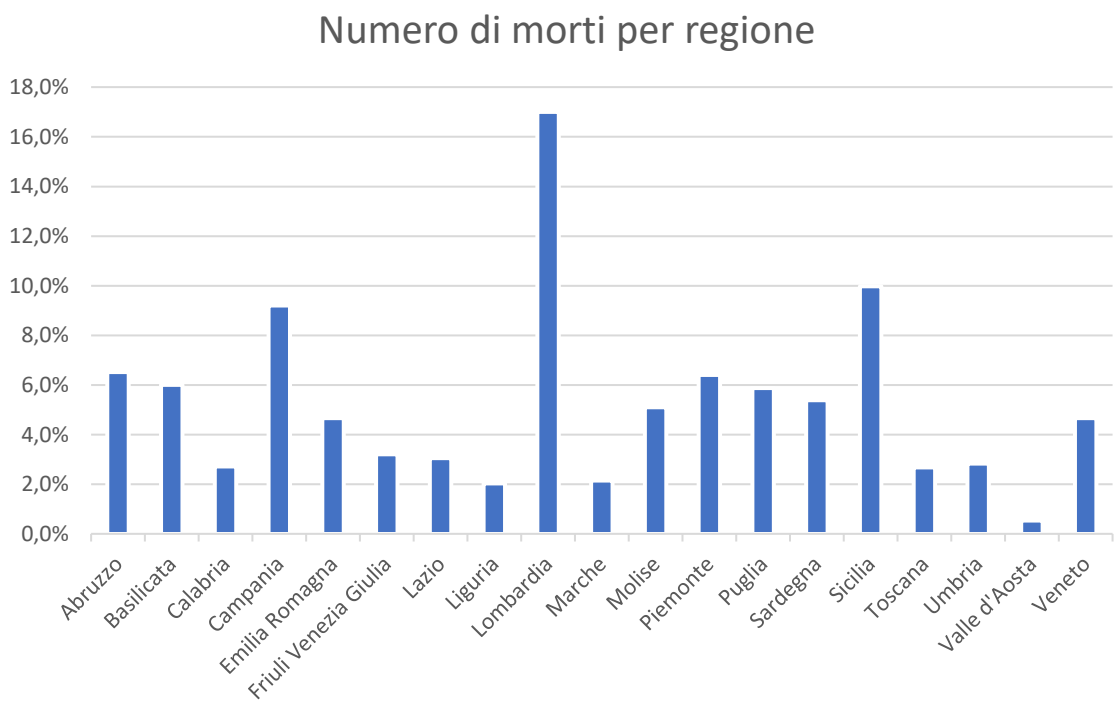
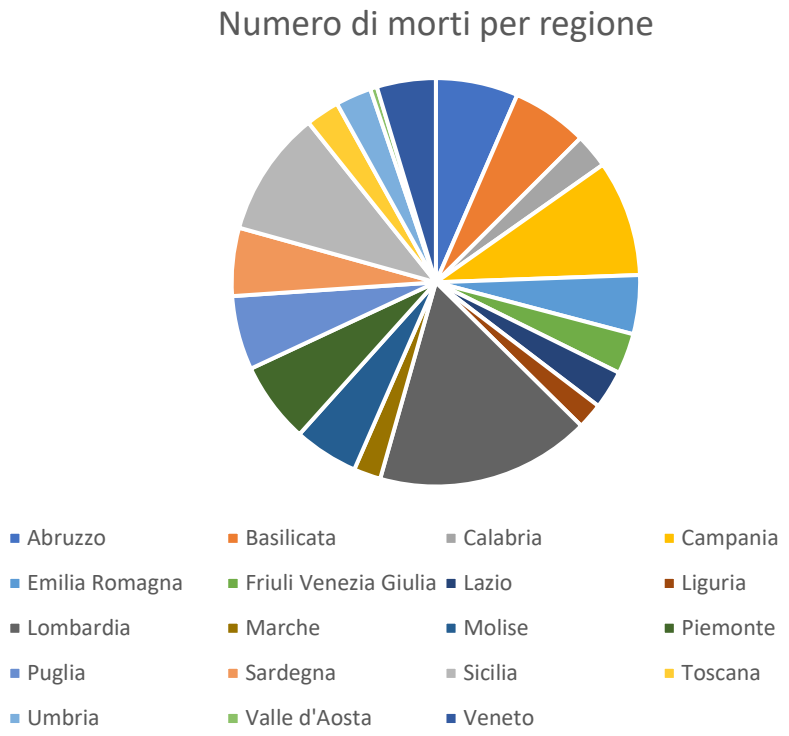


Grafico a torta



Grafici per variabili qualitative

Grafico a barre

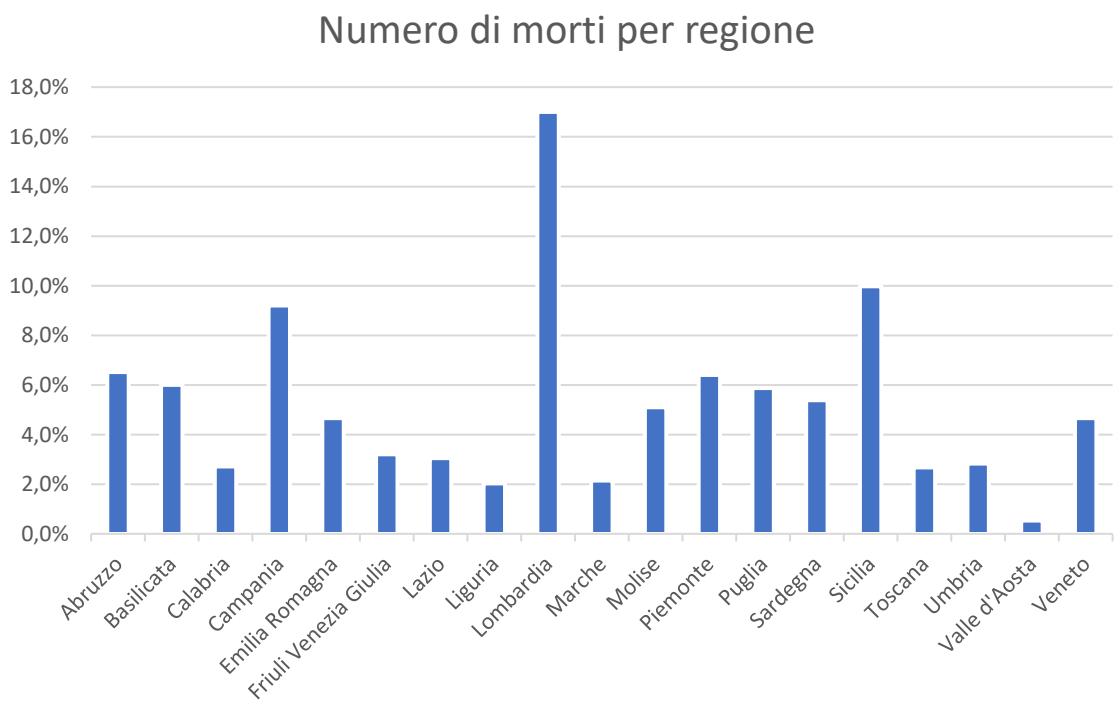
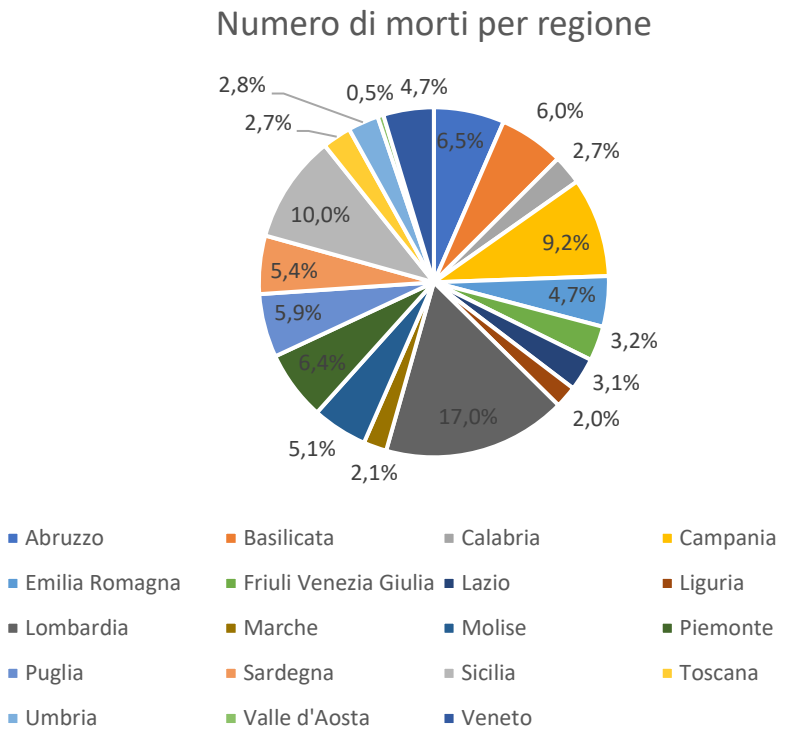
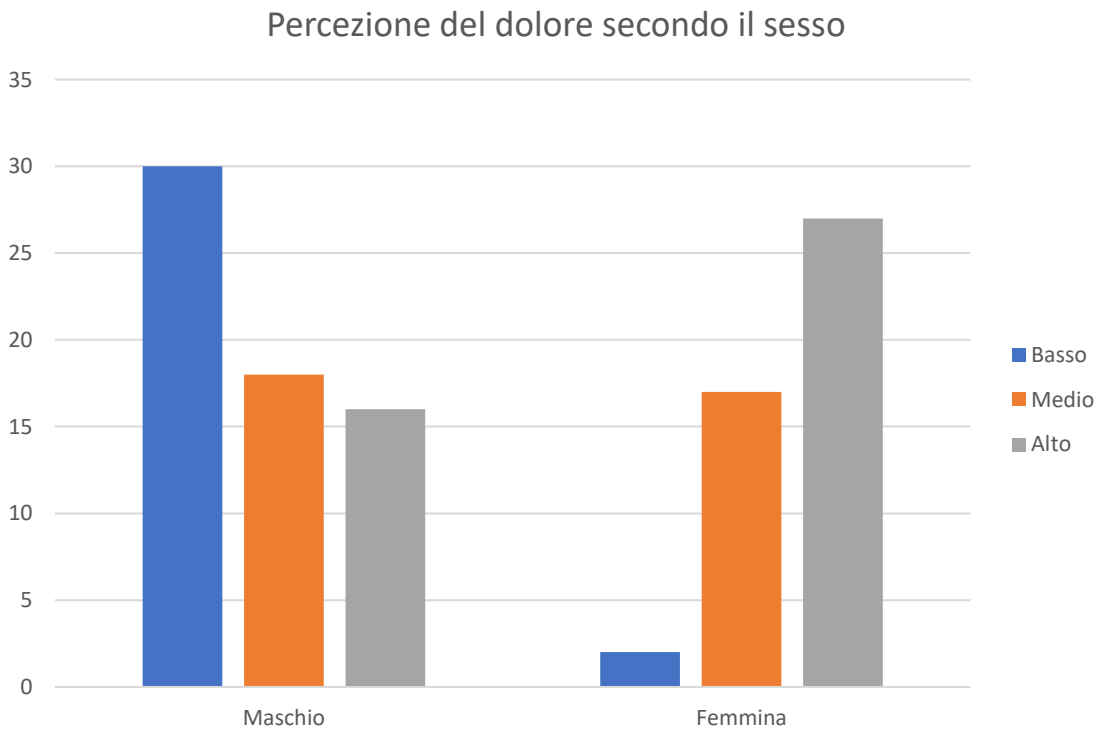


Grafico a torta



Grafici per variabili qualitative

Grafico a barre per due variabili qualitative



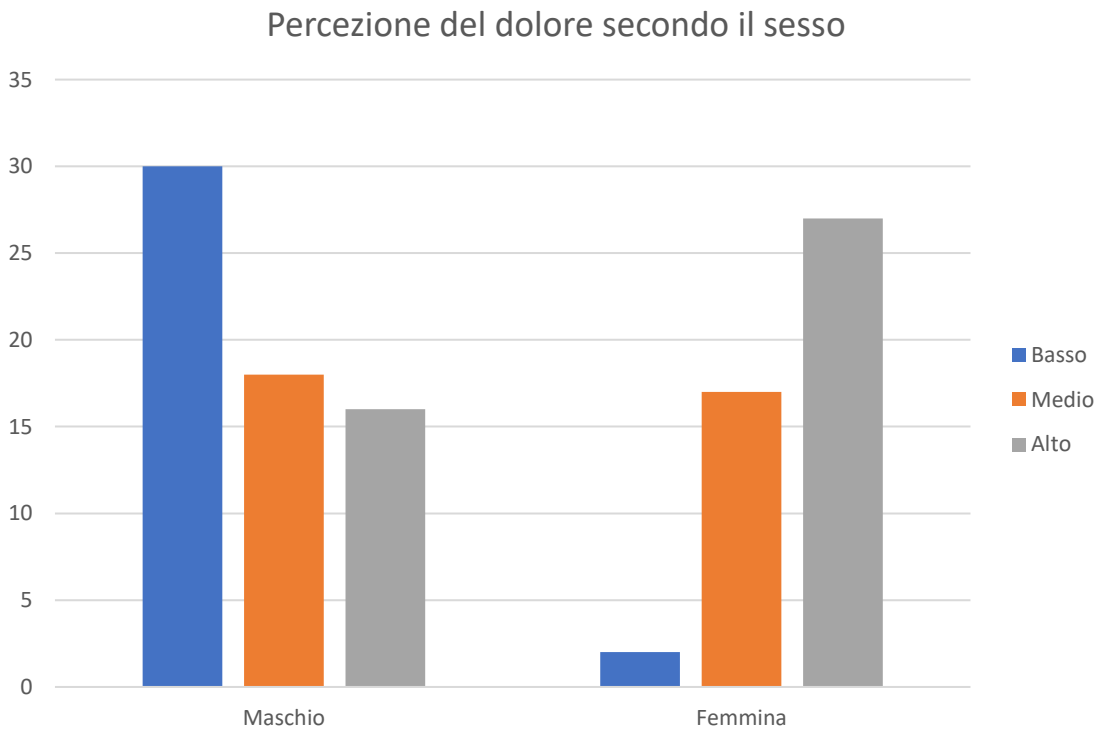
Questo grafico sintetizza una tabella di contingenza

La variabile di exposure viene messa sull'asse orizzontale

La variabile di outcome definisce i rettangoli per ciascun gruppo identificato dalla variabile di exposure

Grafici per variabili qualitative

Grafico a barre per due variabili qualitative

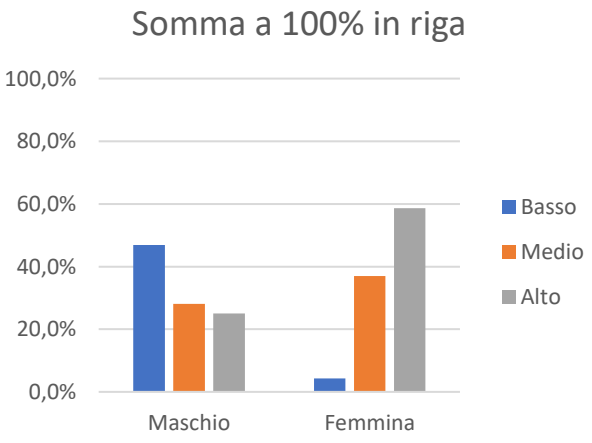


Se la tabella di contingenza ha dimensione 2x3 allora le barre saranno 2x3

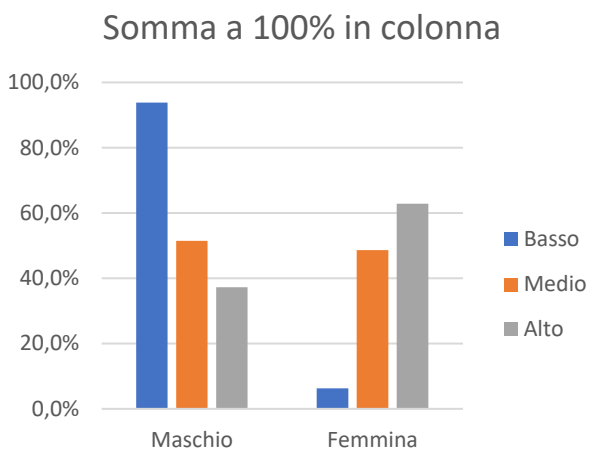
	Scala di dolore		
Sesso	Basso	Medio	Alto
Maschio	30	18	16
Femmina	2	17	27

Grafici per variabili qualitative

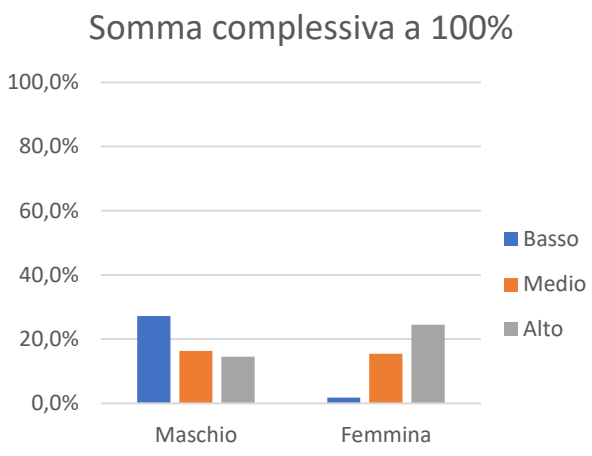
3 alternative in base a come vogliamo calcolare le frequenze percentuali



	Scala di dolore		
Sesso	Basso	Medio	Alto
Maschio	46,9%	28,1%	25,0%
Femmina	4,3%	37,0%	58,7%



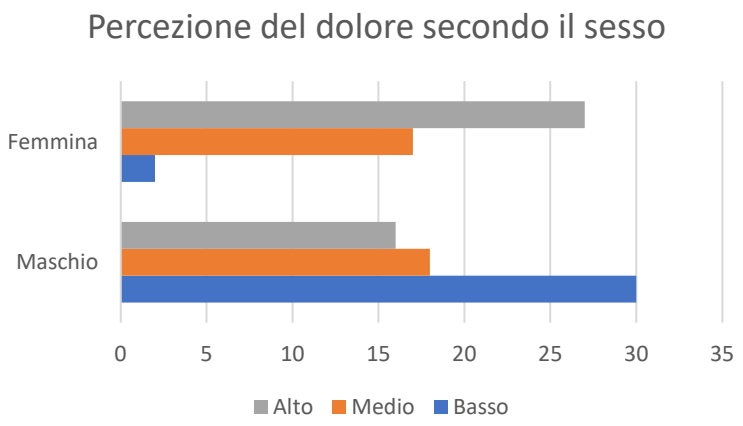
	Scala di dolore		
Sesso	Basso	Medio	Alto
Maschio	93,8%	51,4%	37,2%
Femmina	6,3%	48,6%	62,8%

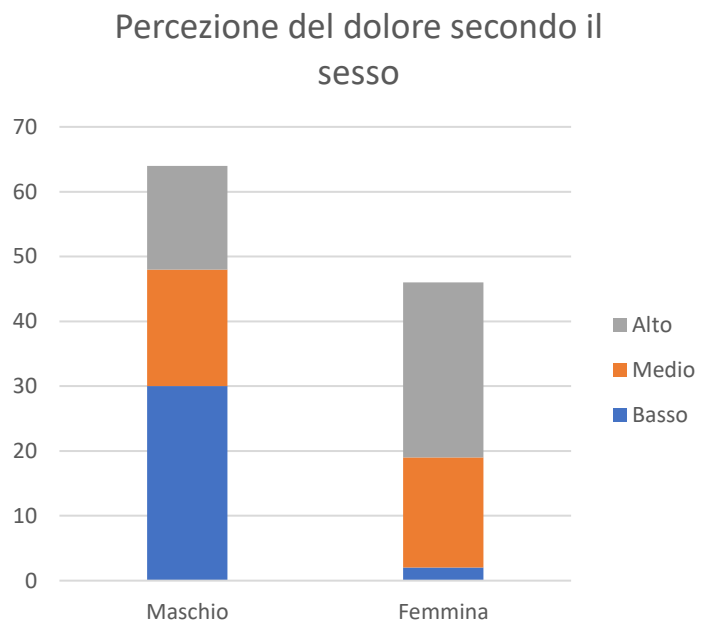


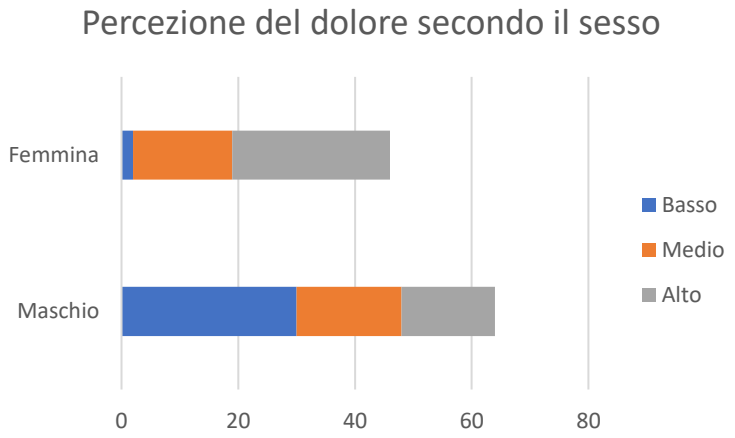
	Scala di dolore		
	Basso	Medio	Alto
Maschio	27,3%	16,4%	14,5%
Femmina	1,8%	15,5%	24,5%

Grafici per variabili qualitative

Altre rappresentazioni del grafico a barre

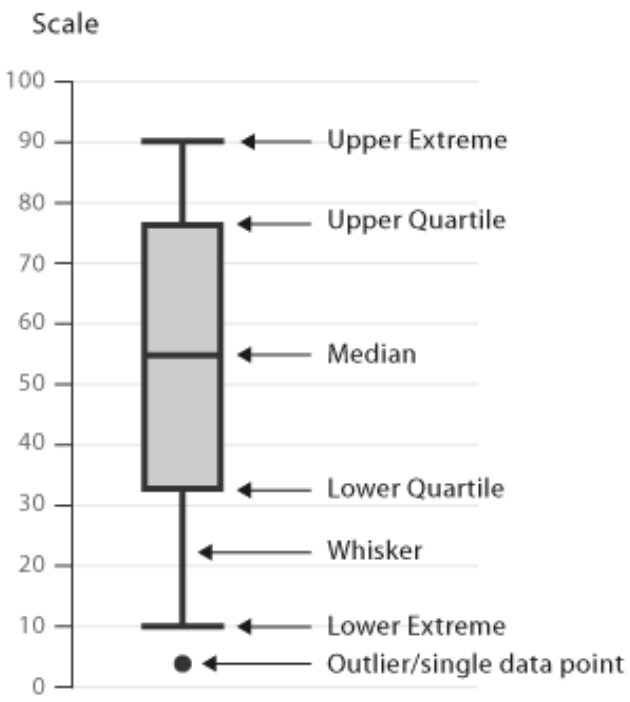






Grafici per variabili quantitative

Box-Whisker



Questo grafico viene utilizzato per sintetizzare una variabile di tipo quantitativo

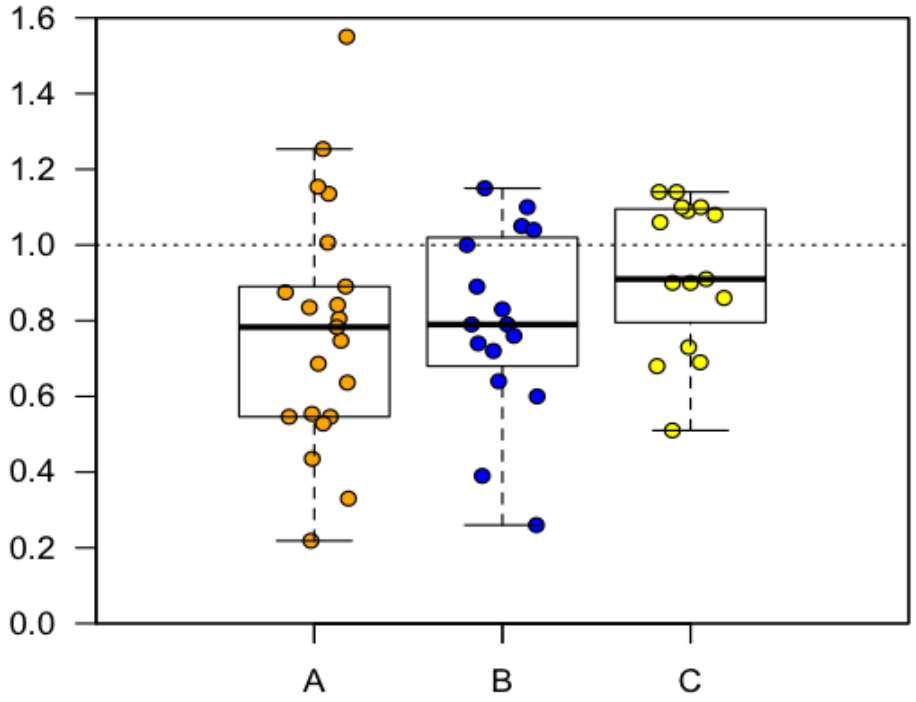
È necessario conoscere i valori della mediana e del range interquartile

È un grafico molto utile per capire se ci sono outlier/valori anomali.

Questi grafici ci aiutano a capire come e dove sono posizionate le osservazioni

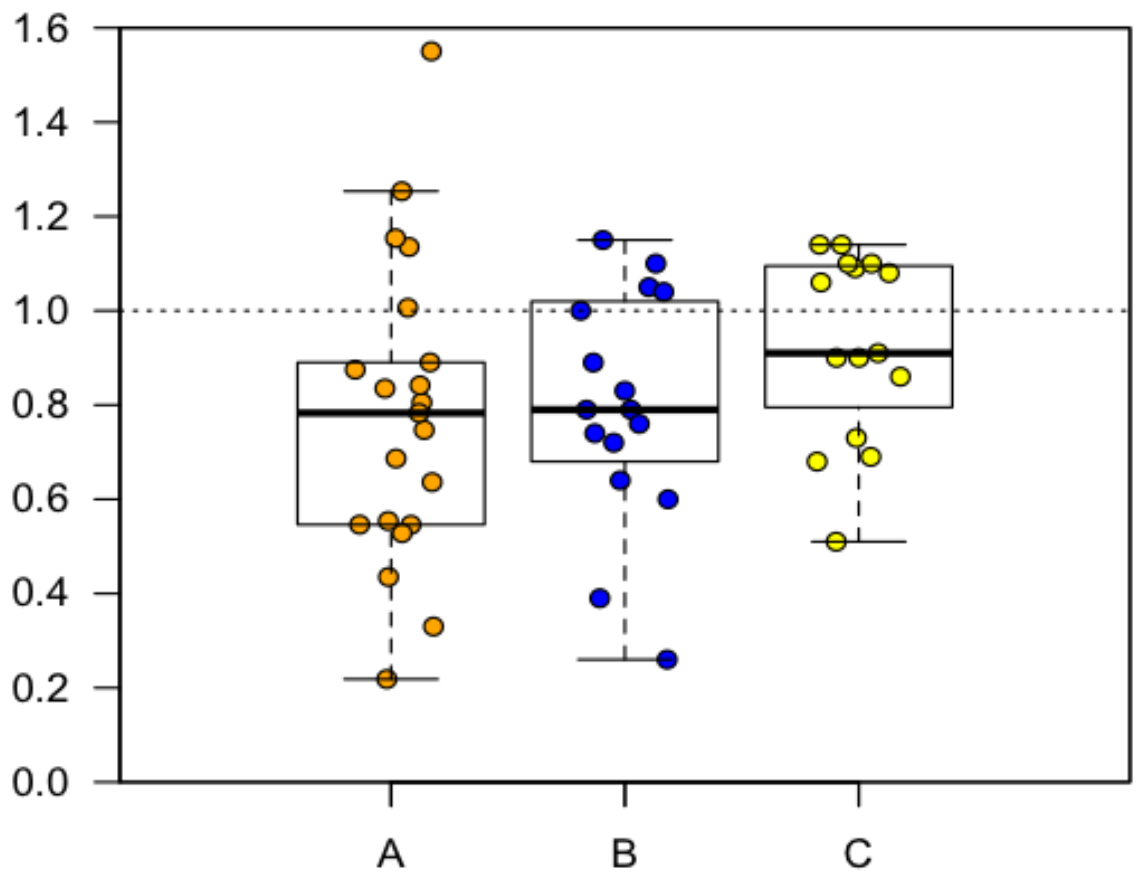
Grafici per variabili quantitative

Box-Whisker – variabile quantitativa e qualitativa



Nel caso in cui volessimo valutare la relazione di una variabile qualitativa e una qualitativa potremmo creare tanti grafici box-whisker quante sono le modalità della variabile qualitativa

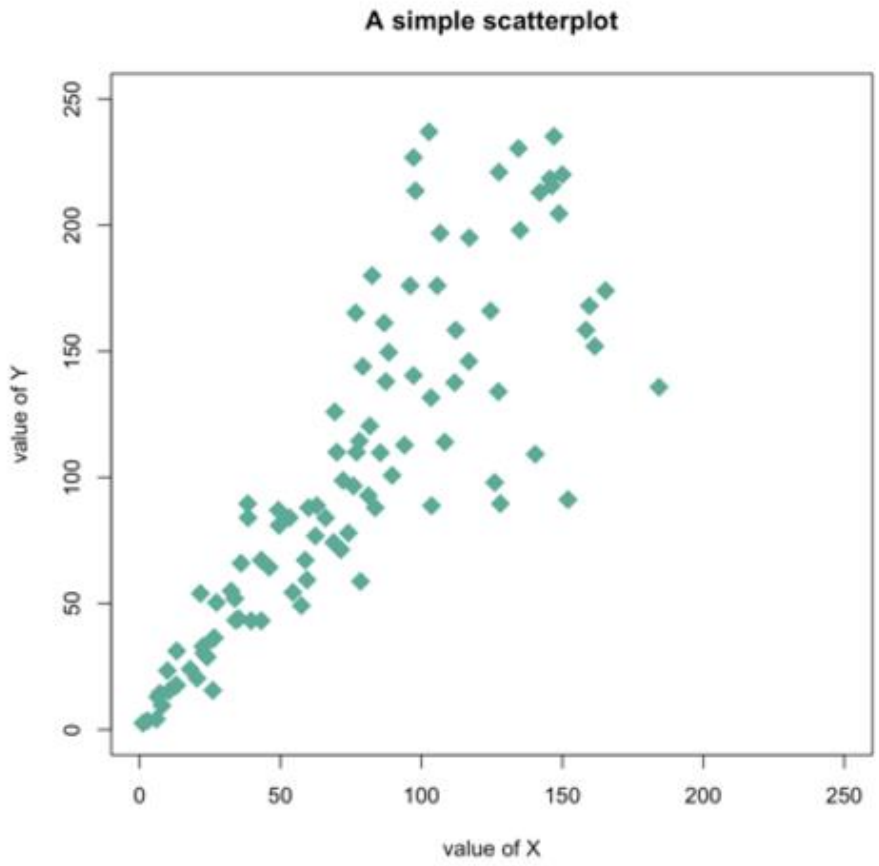
Grafici per variabili quantitative



id	terapia	magnesio
1	A	0,5
2	A	1,2
3	A	1,1
4	A	0,6
5	A	0,2
6	A	0,3
7	A	0,9
8	B	0,3
9	B	1,6
10	B	1,5
11	B	1,2
12	B	0,9
13	B	0,2
14	B	0,7
15	B	1,1
16	B	0,0
17	B	1,8
18	C	1,3
19	C	1,4
20	C	0,8
21	C	0,7
22	C	0,8
23	C	0,6
24	C	1,0
25	C	1,3
26	C	1,1
27	C	0,7

Grafici per variabili quantitative

Scatterplot



Sintetizza due variabili quantitative

La variabile di exposure viene messa in ascissa mentre quella di outcome in ordinata

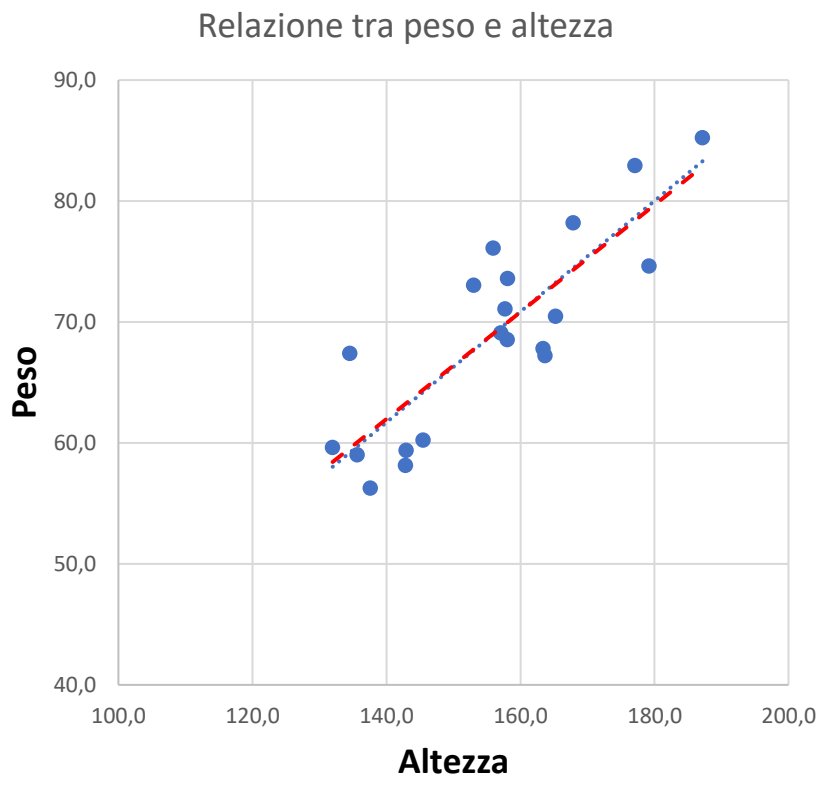
I punti rappresentano le unità statistiche

Possiamo vedere come varia l'outcome in base all'exposure

Grafici per variabili quantitative

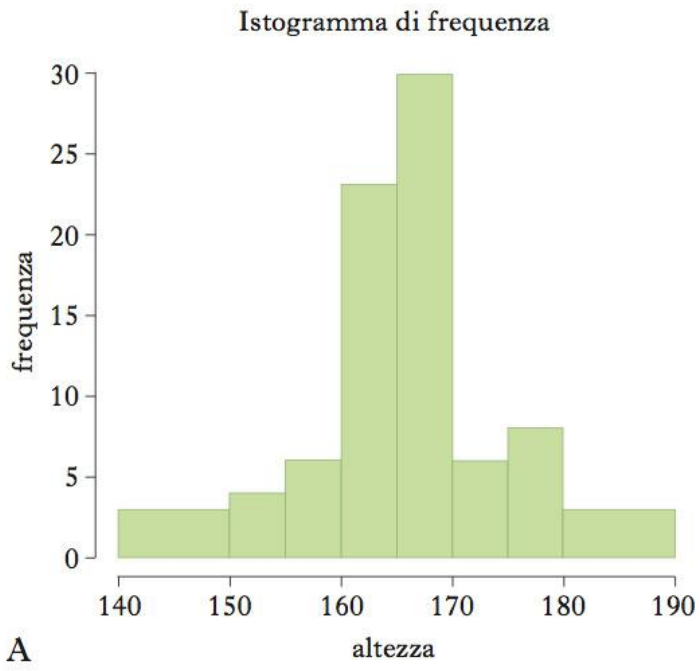
Come possiamo osservare graficamente come varia il peso in funzione dell'altezza?

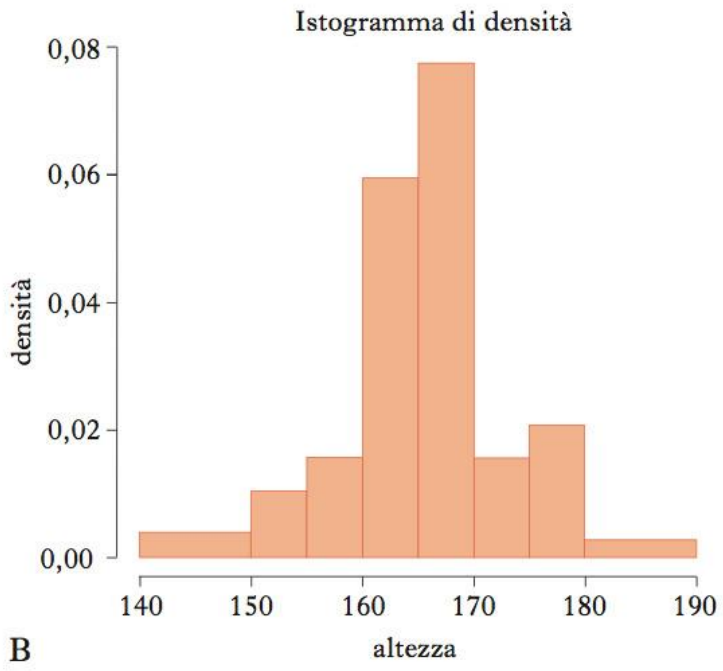
Altezza	Peso
142,9	59,4
163,7	67,2
153,0	73,0
167,9	78,2
155,9	76,1
177,1	82,9
163,4	67,8
158,0	73,6
157,7	71,1
187,2	85,2
135,6	59,0
179,2	74,6
165,2	70,5
132,0	59,6
145,5	60,2
157,0	69,1
142,9	58,2
134,5	67,4
137,6	56,3
158,0	68,5



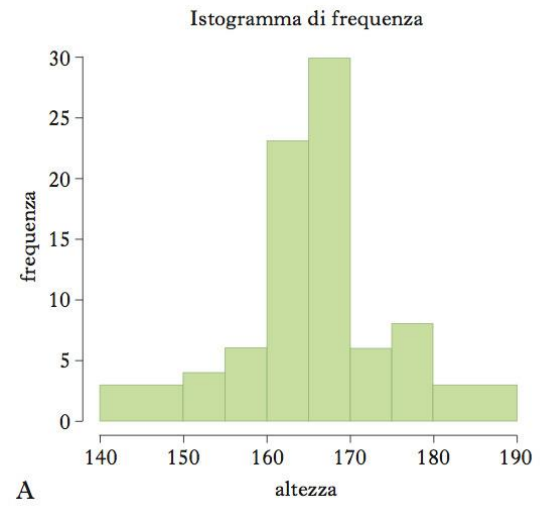
Grafici per variabili quantitative

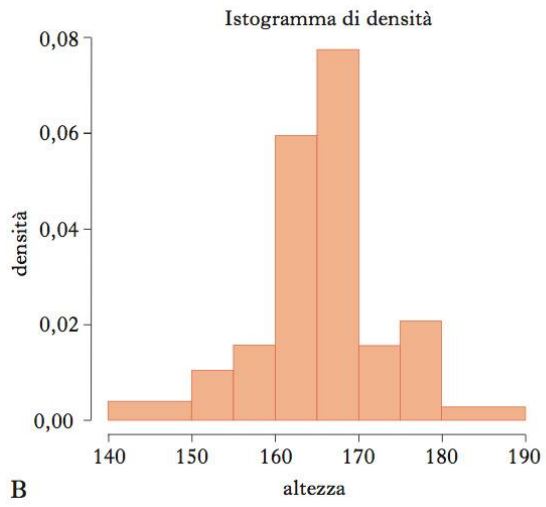
Istogramma





Istogramma

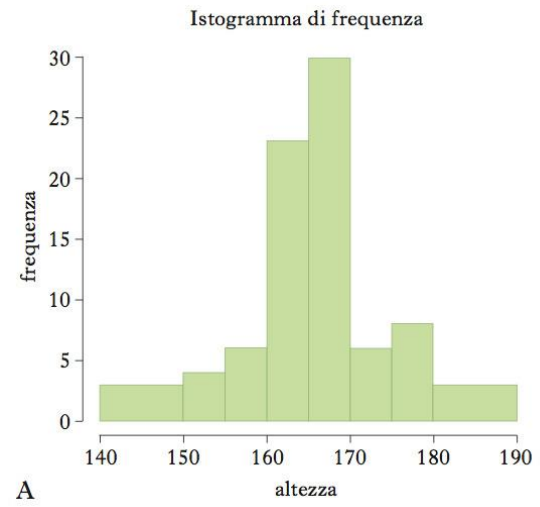


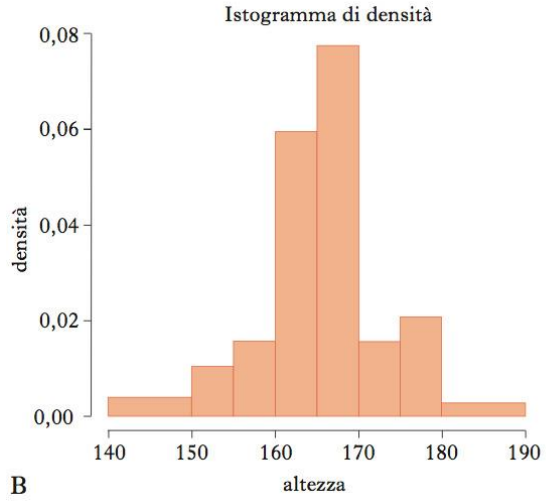


La variabile viene suddivisa in classi di ampiezza costante o variabile e viene posta sull'asse delle ascisse. L'ordinata (altezza del rettangolo), invece, è uguale :

- Alla frequenza (il numero delle osservazioni che ricadono in quell'intervallo) se le classi hanno ampiezza costante
- Al rapporto della frequenza fratto l'ampiezza della base se gli intervalli non hanno ampiezza costante

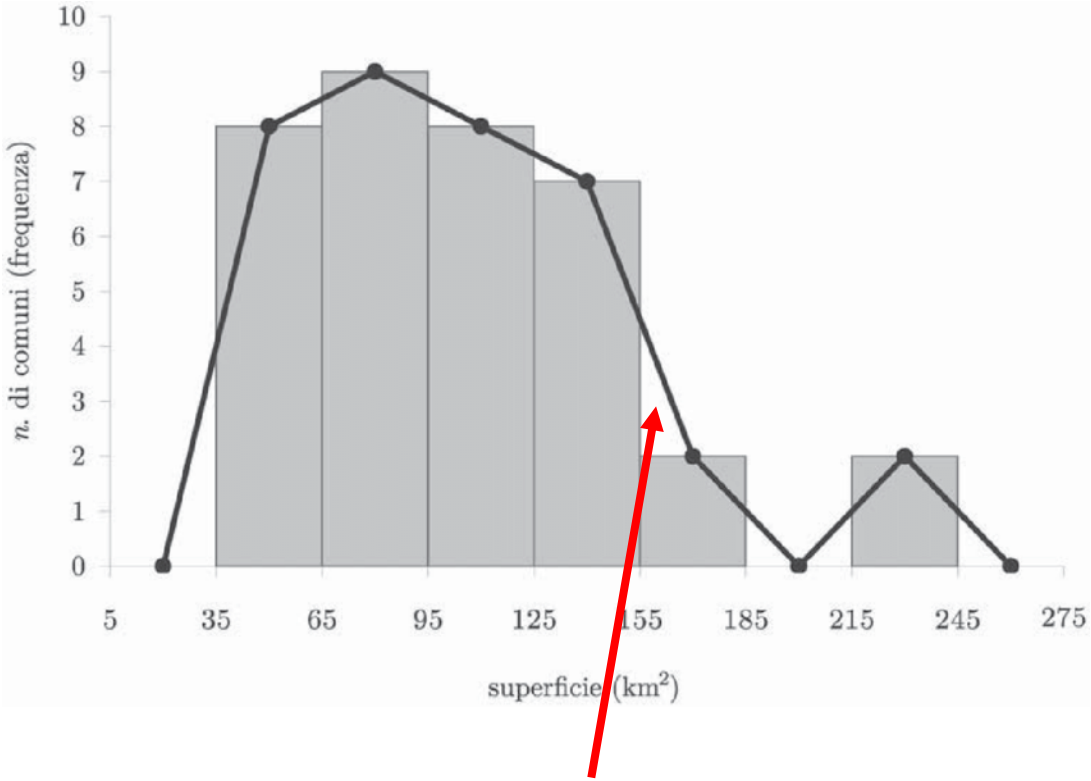
Istogramma





Il rapporto della frequenza per l'ampiezza della base viene chiamato **densità,** perciò in caso di classi di ampiezza non costante è necessario utilizzare le densità in ordinata, mentre per classi di egual misura è indifferente

Istogramma



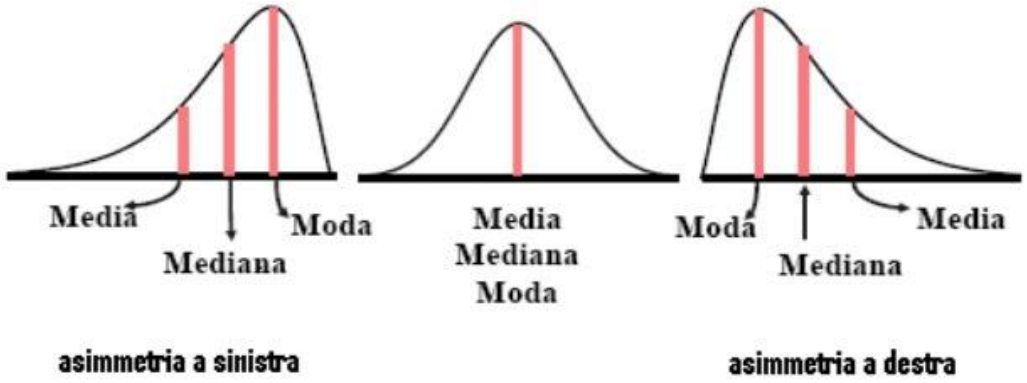
Poligono di frequenza

- Stringendo sempre più gli intervalli otterremo la distribuzione della variabile
- Il poligono diventerà una curva
- L'istogramma ci aiuta a vedere graficamente la «forma» della distribuzione

Proprietà delle distribuzioni

- f(x)≥0 per ogni valore di x
- $\int f(x)dx = 1$ → l'area sottostante alla curva è uguale a 1

Distribuzione della variabile

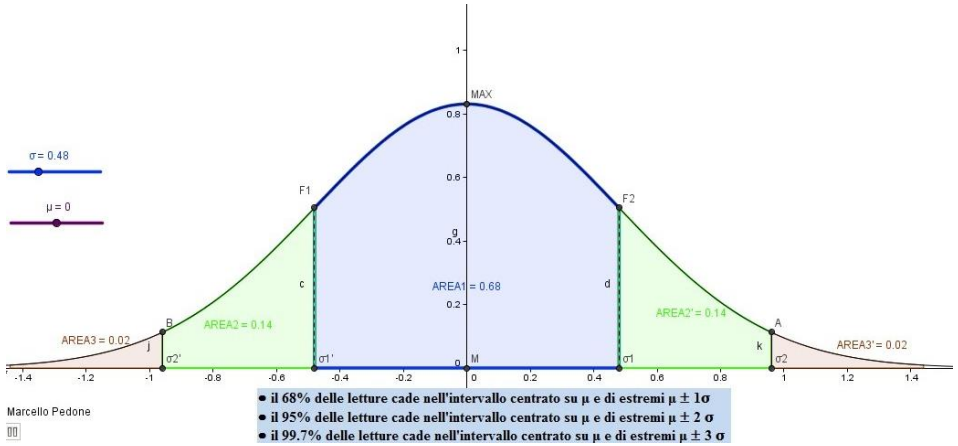


Particolari tipi di distribuzione simmetrica sono la distribuzione **normale** o **Gaussiana** e la distribuzione **T di Student**

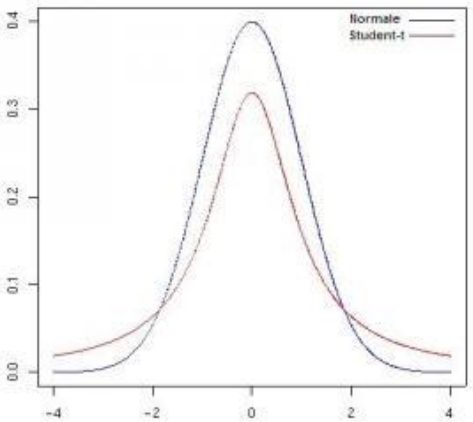
Particolari tipi di distribuzione asimmetrica a destra sono la distribuzione **chi-quadrato** e la distribuzione **F di Fisher-Snedecor**

Distribuzioni particolari

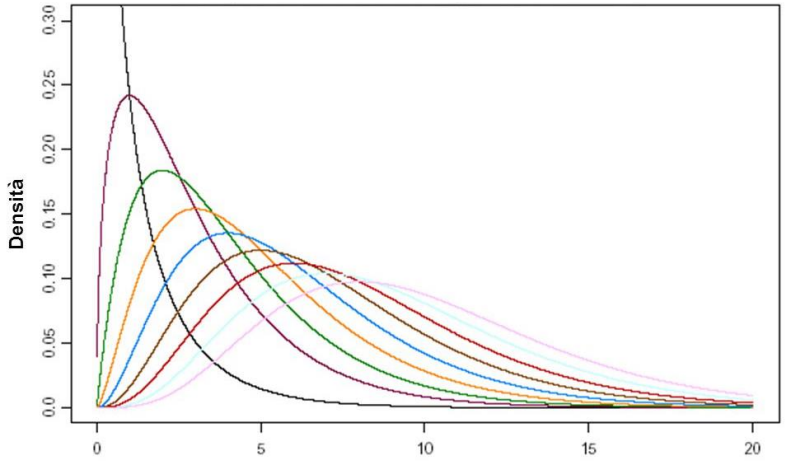
Distribuzione Gaussiana



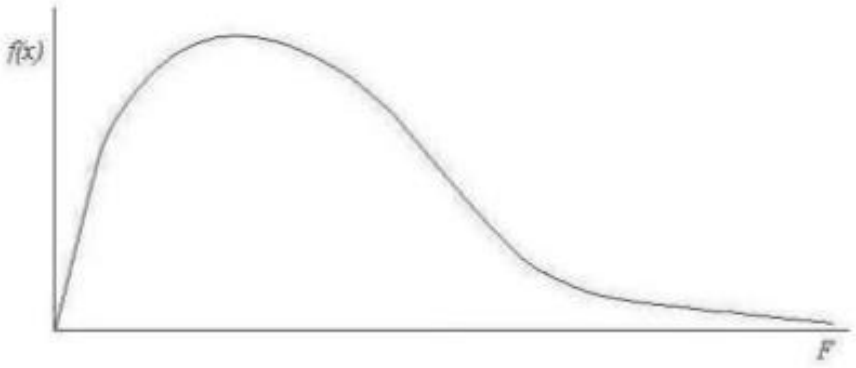
Distribuzione T di Student



Distribuzione Chi quadrato

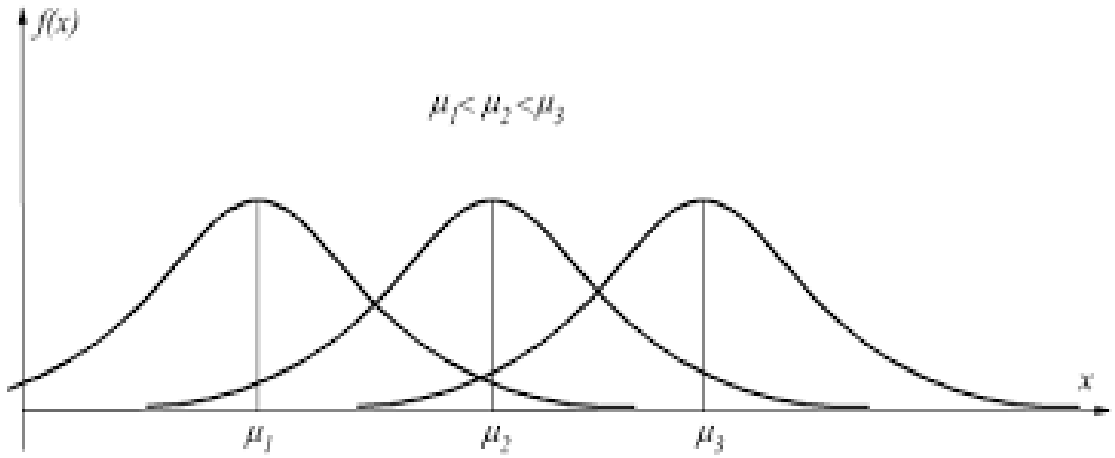


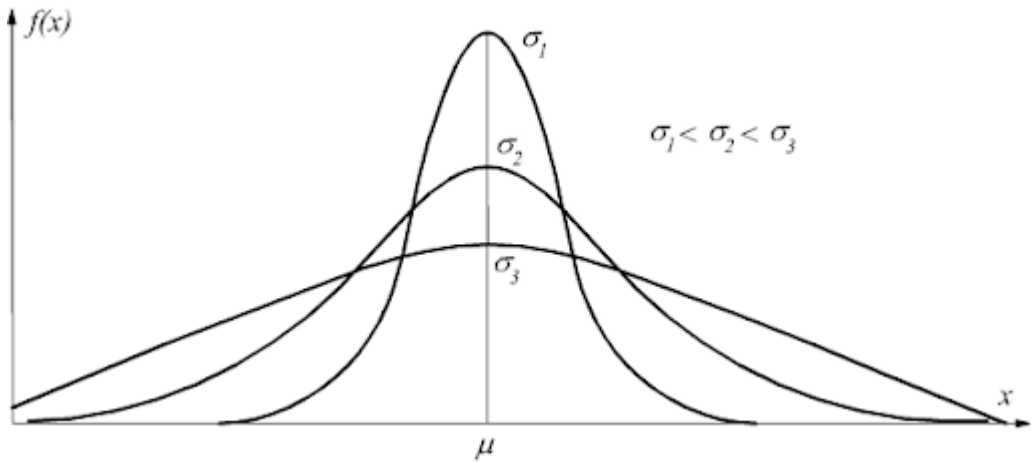
Distribuzione F di Fisher-Snedecor



Cos'è la Statistica - G. Garau, L. Schirru

Distribuzione normale

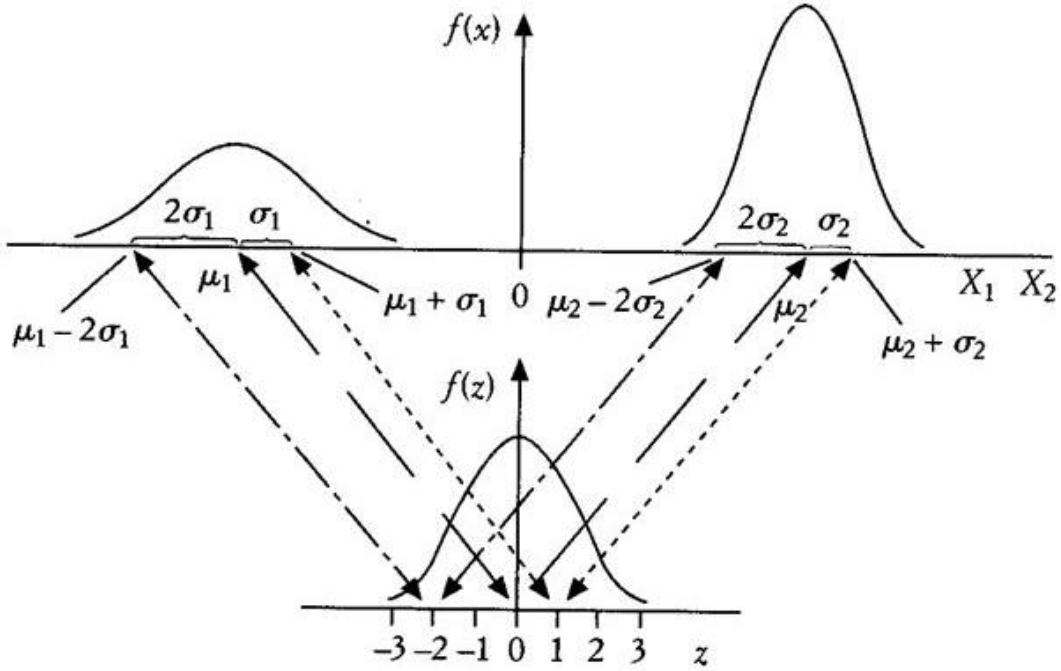




Questa distribuzione è completamente spiegata dai parametri μ (media) e σ (deviazione standard)

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} * e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

Distribuzione normale



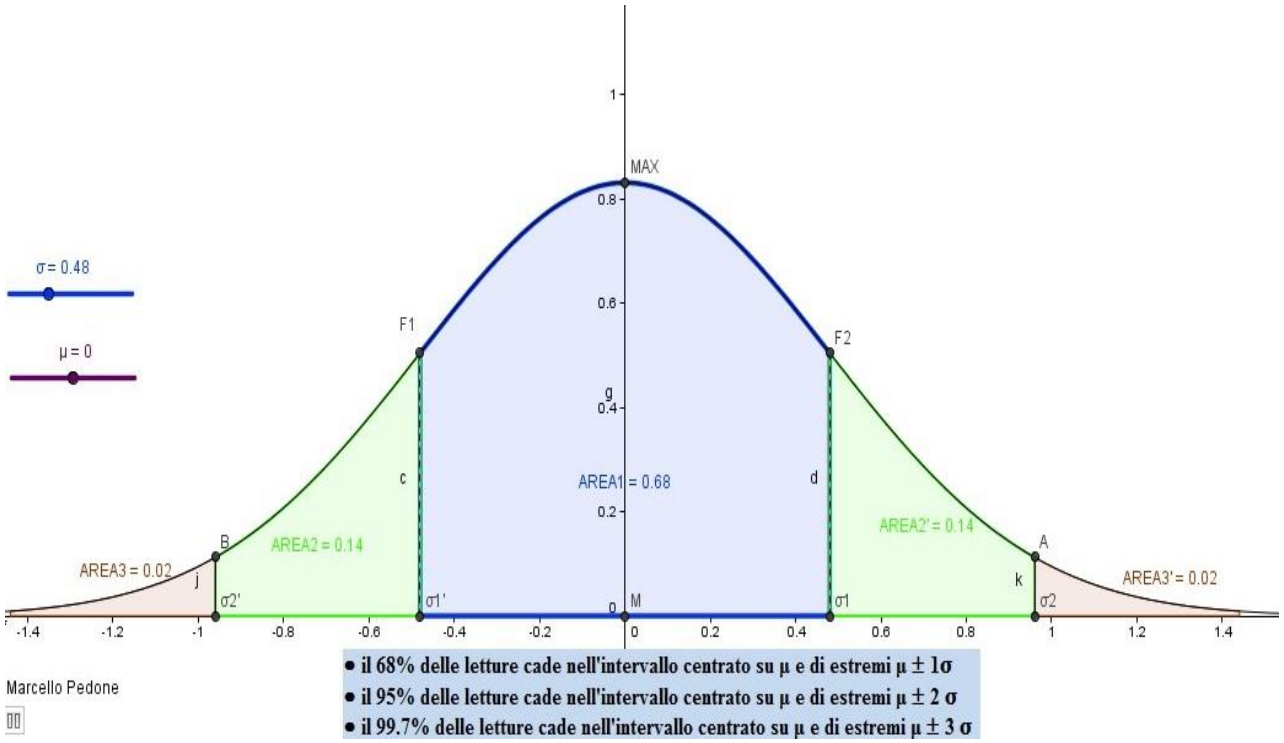
Ogni variabile normale può essere trasformata in una **normale standardizzata**: la media è pari a 0 e la deviazione standard a 1

$$z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

La funzione diventa

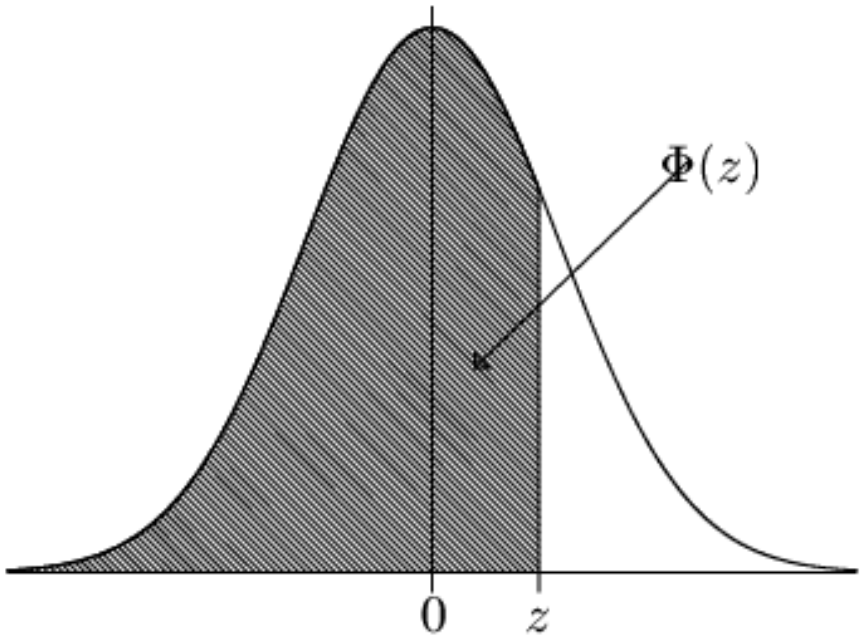
$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} * e^{-\frac{1}{2}z^2}$$

Distribuzione normale



- Nell'intervallo [μ-1σ; μ+1σ] troviamo il 68% dei valori (equivalente a dire che l'area individuata dai due estremi dell'intervallo è il 68% dell'area sottesa alla curva)
- Nell'intervallo [μ-2σ; μ+2σ] troviamo il 95% dei valori
- Nell'intervallo [μ-3σ; μ+3σ] troviamo il 99.7% dei valori

Distribuzione normale



z = valore critico o percentile

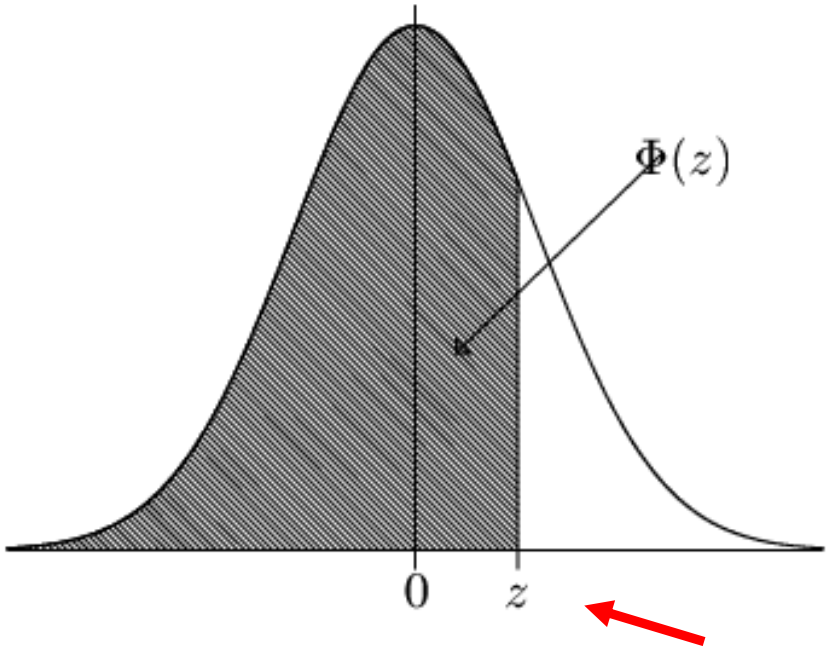
ϕ(z) = p(X<z) probabilità di osservare un valore più piccolo di z (area delimitata da curva, retta verticale passante per z e asse delle ascisse)

Tavole della distribuzione Gaussiana

z	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	3.090	3.291	3.891	4.417
$\Phi(z)$	0.90	0.95	0.975	0.99	0.995	0.999	0.9995	0.99995	0.999995
$2[1-\Phi(z)]$	0.20	0.10	0.05	0.02	0.01	0.002	0.001	0.0001	0.00001

	Seconda cifra decimale di z									
z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.50000	0.50399	0.50798	0.51197	0.51595	0.51994	0.52392	0.52790	0.53188	0.53586
0.1	0.53983	0.54380	0.54776	0.55172	0.55567	0.55962	0.56356	0.56749	0.57142	0.57535
0.2	0.57926	0.58317	0.58706	0.59095	0.59483	0.59871	0.60257	0.60642	0.61026	0.61409
0.3	0.61791	0.62172	0.62552	0.62930	0.63307	0.63683	0.64058	0.64431	0.64803	0.65173
0.4	0.65542	0.65910	0.66276	0.66640	0.67003	0.67364	0.67724	0.68082	0.68439	0.68793
0.5	0.69146	0.69497	0.69847	0.70194	0.70540	0.70884	0.71226	0.71566	0.71904	0.72240
0.6	0.72575	0.72907	0.73237	0.73565	0.73891	0.74215	0.74537	0.74857	0.75175	0.75490
0.7	0.75804	0.76115	0.76424	0.76730	0.77035	0.77337	0.77637	0.77935	0.78230	0.78524
0.8	0.78814	0.79103	0.79389	0.79673	0.79955	0.80234	0.80511	0.80785	0.81057	0.81327
0.9	0.81594	0.81859	0.82121	0.82381	0.82639	0.82894	0.83147	0.83398	0.83646	0.83891
1.0	0.84134	0.84375	0.84614	0.84849	0.85083	0.85314	0.85543	0.85769	0.85993	0.86214
1.1	0.86433	0.86650	0.86864	0.87076	0.87286	0.87493	0.87698	0.87900	0.88100	0.88298
1.2	0.88493	0.88686	0.88877	0.89065	0.89251	0.89435	0.89617	0.89796	0.89973	0.90147
1.3	0.90320	0.90490	0.90658	0.90824	0.90988	0.91149	0.91308	0.91466	0.91621	0.91774
1.4	0.91924	0.92073	0.92220	0.92364	0.92507	0.92647	0.92785	0.92922	0.93056	0.93189
1.5	0.93319	0.93448	0.93574	0.93699	0.93822	0.93943	0.94062	0.94179	0.94295	0.94408
1.6	0.94520	0.94630	0.94738	0.94845	0.94950	0.95053	0.95154	0.95254	0.95352	0.95449
1.7	0.95543	0.95637	0.95728	0.95818	0.95907	0.95994	0.96080	0.96164	0.96246	0.96327
1.8	0.96407	0.96485	0.96562	0.96638	0.96712	0.96784	0.96856	0.96926	0.96995	0.97062
1.9	0.97128	0.97193	0.97257	0.97320	0.97381	0.97441	0.97500	0.97558	0.97615	0.97670
2.0	0.97725	0.97778	0.97831	0.97882	0.97932	0.97982	0.98030	0.98077	0.98124	0.98169
2.1	0.98214	0.98257	0.98300	0.98341	0.98382	0.98422	0.98461	0.98500	0.98537	0.98574
2.2	0.98610	0.98645	0.98679	0.98713	0.98745	0.98778	0.98809	0.98840	0.98870	0.98899
2.3	0.98928	0.98956	0.98983	0.99010	0.99036	0.99061	0.99086	0.99111	0.99134	0.99158
2.4	0.99180	0.99202	0.99224	0.99245	0.99266	0.99286	0.99305	0.99324	0.99343	0.99361
2.5	0.99379	0.99396	0.99413	0.99430	0.99446	0.99461	0.99477	0.99492	0.99506	0.99520
2.6	0.99534	0.99547	0.99560	0.99573	0.99585	0.99598	0.99609	0.99621	0.99632	0.99643

Valore critico/percentile



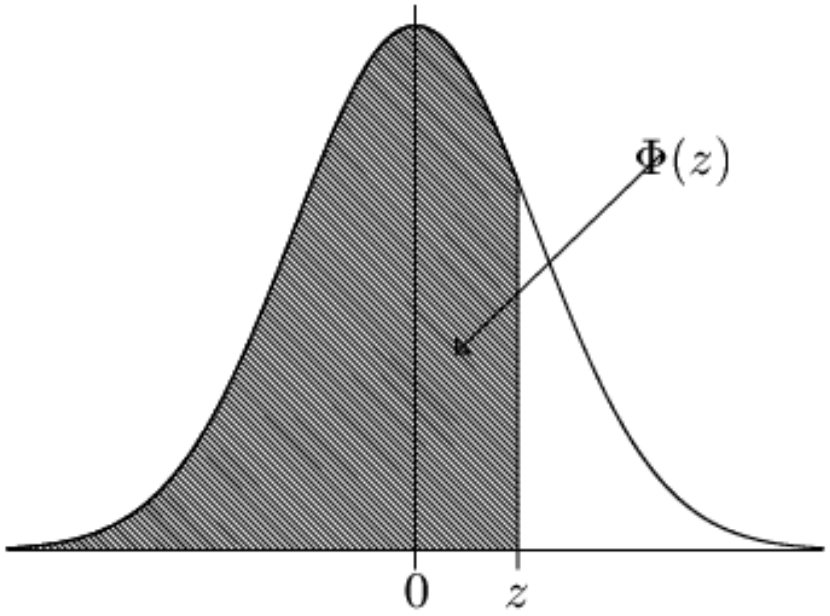
Tavole della distribuzione Gaussiana

z	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	3.090	3.291	3.891	4.417
$\Phi(z)$	0.90	0.95	0.975	0.99	0.995	0.999	0.9995	0.99995	0.999995
$2[1-\Phi(z)]$	0.20	0.10	0.05	0.02	0.01	0.002	0.001	0.0001	0.00001

	Seconda cifra decimale di z									
z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.50000	0.50399	0.50798	0.51197	0.51595	0.51994	0.52392	0.52790	0.53188	0.53586
0.1	0.53983	0.54380	0.54776	0.55172	0.55567	0.55962	0.56356	0.56749	0.57142	0.57535
0.2	0.57926	0.58317	0.58706	0.59095	0.59483	0.59871	0.60257	0.60642	0.61026	0.61409
0.3	0.61791	0.62172	0.62552	0.62930	0.63307	0.63683	0.64058	0.64431	0.64803	0.65173
0.4	0.65542	0.65910	0.66276	0.66640	0.67003	0.67364	0.67724	0.68082	0.68439	0.68793
0.5	0.69146	0.69497	0.69847	0.70194	0.70540	0.70884	0.71226	0.71566	0.71904	0.72240
0.6	0.72575	0.72907	0.73237	0.73565	0.73891	0.74215	0.74537	0.74857	0.75175	0.75490
0.7	0.75804	0.76115	0.76424	0.76730	0.77035	0.77337	0.77637	0.77935	0.78230	0.78524
0.8	0.78814	0.79103	0.79389	0.79673	0.79955	0.80234	0.80511	0.80785	0.81057	0.81327
0.9	0.81594	0.81859	0.82121	0.82381	0.82639	0.82894	0.83147	0.83398	0.83646	0.83891
1.0	0.84134	0.84375	0.84614	0.84849	0.85083	0.85314	0.85543	0.85769	0.85993	0.86214
1.1	0.86433	0.86650	0.86864	0.87076	0.87286	0.87493	0.87698	0.87900	0.88100	0.88298
1.2	0.88493	0.88686	0.88877	0.89065	0.89251	0.89435	0.89617	0.89796	0.89973	0.90147
1.3	0.90320	0.90490	0.90658	0.90824	0.90988	0.91149	0.91308	0.91466	0.91621	0.91774
1.4	0.91924	0.92073	0.92220	0.92364	0.92507	0.92647	0.92785	0.92922	0.93056	0.93189
1.5	0.93319	0.93448	0.93574	0.93699	0.93822	0.93943	0.94062	0.94179	0.94295	0.94408
1.6	0.94520	0.94630	0.94738	0.94845	0.94950	0.95053	0.95154	0.95254	0.95352	0.95449
1.7	0.95543	0.95637	0.95728	0.95818	0.95907	0.95994	0.96080	0.96164	0.96246	0.96327
1.8	0.96407	0.96485	0.96562	0.96638	0.96712	0.96784	0.96856	0.96926	0.96995	0.97062
1.9	0.97128	0.97193	0.97257	0.97320	0.97381	0.97441	0.97500	0.97558	0.97615	0.97670
2.0	0.97725	0.97778	0.97831	0.97882	0.97932	0.97982	0.98030	0.98077	0.98124	0.98169
2.1	0.98214	0.98257	0.98300	0.98341	0.98382	0.98422	0.98461	0.98500	0.98537	0.98574
2.2	0.98610	0.98645	0.98679	0.98713	0.98745	0.98778	0.98809	0.98840	0.98870	0.98899
2.3	0.98928	0.98956	0.98983	0.99010	0.99036	0.99061	0.99086	0.99111	0.99134	0.99158
2.4	0.99180	0.99202	0.99224	0.99245	0.99266	0.99286	0.99305	0.99324	0.99343	0.99361
2.5	0.99379	0.99396	0.99413	0.99430	0.99446	0.99461	0.99477	0.99492	0.99506	0.99520
2.6	0.99534	0.99547	0.99560	0.99573	0.99585	0.99598	0.99609	0.99621	0.99632	0.99643

Valore critico/percentile

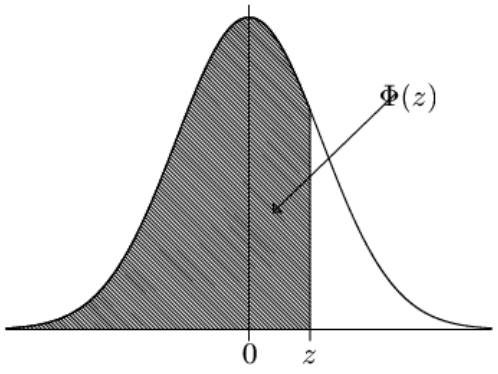
% di area sottostante la curva e a sinistra del valore critico



Esempio:

Calcolare p(X<1.96)

z	Seconda cifra decimale di z									
	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.50000	0.50399	0.50798	0.51197	0.51595	0.51994	0.52392	0.52790	0.53188	0.53586
0.1	0.53983	0.54380	0.54776	0.55172	0.55567	0.55962	0.56356	0.56749	0.57142	0.57535
0.2	0.57926	0.58317	0.58706	0.59095	0.59483	0.59871	0.60257	0.60642	0.61026	0.61409
0.3	0.61791	0.62172	0.62552	0.62930	0.63307	0.63683	0.64058	0.64431	0.64803	0.65173
0.4	0.65542	0.65910	0.66276	0.66640	0.67003	0.67364	0.67724	0.68082	0.68439	0.68793
0.5	0.69146	0.69497	0.69847	0.70194	0.70540	0.70884	0.71226	0.71566	0.71904	0.72240
0.6	0.72575	0.72907	0.73237	0.73565	0.73891	0.74215	0.74537	0.74857	0.75175	0.75490
0.7	0.75804	0.76115	0.76424	0.76730	0.77035	0.77337	0.77637	0.77935	0.78230	0.78524
0.8	0.78814	0.79103	0.79389	0.79673	0.79955	0.80234	0.80511	0.80785	0.81057	0.81327
0.9	0.81594	0.81859	0.82121	0.82381	0.82639	0.82894	0.83147	0.83398	0.83646	0.83891
1.0	0.84134	0.84375	0.84614	0.84849	0.85083	0.85314	0.85543	0.85769	0.85993	0.86214
1.1	0.86433	0.86650	0.86864	0.87076	0.87286	0.87493	0.87698	0.87900	0.88100	0.88298
1.2	0.88493	0.88686	0.88877	0.89065	0.89251	0.89435	0.89617	0.89796	0.89973	0.90147
1.3	0.90320	0.90490	0.90658	0.90824	0.90988	0.91149	0.91308	0.91466	0.91621	0.91774
1.4	0.91924	0.92073	0.92220	0.92364	0.92507	0.92647	0.92785	0.92922	0.93056	0.93189
1.5	0.93319	0.93448	0.93574	0.93699	0.93822	0.93943	0.94062	0.94179	0.94295	0.94408
1.6	0.94520	0.94630	0.94738	0.94845	0.94950	0.95053	0.95154	0.95254	0.95352	0.95449
1.7	0.95543	0.95637	0.95728	0.95818	0.95907	0.95994	0.96080	0.96164	0.96246	0.96327
1.8	0.96407	0.96485	0.96562	0.96638	0.96712	0.96784	0.96856	0.96926	0.96995	0.97062
1.9	0.97128	0.97193	0.97257	0.97320	0.97381	0.97441	0.97500	0.97558	0.97615	0.97670
2.0	0.97725	0.97778	0.97831	0.97882	0.97932	0.97982	0.98030	0.98077	0.98124	0.98169
2.1	0.98214	0.98257	0.98300	0.98341	0.98382	0.98422	0.98461	0.98500	0.98537	0.98574
2.2	0.98610	0.98645	0.98679	0.98713	0.98745	0.98778	0.98809	0.98840	0.98870	0.98899
2.3	0.98928	0.98956	0.98983	0.99010	0.99036	0.99061	0.99086	0.99111	0.99134	0.99158
2.4	0.99180	0.99202	0.99224	0.99245	0.99266	0.99286	0.99305	0.99324	0.99343	0.99361
2.5	0.99379	0.99396	0.99413	0.99430	0.99446	0.99461	0.99477	0.99492	0.99506	0.99520
2.6	0.99534	0.99547	0.99560	0.99573	0.99585	0.99598	0.99609	0.99621	0.99632	0.99643

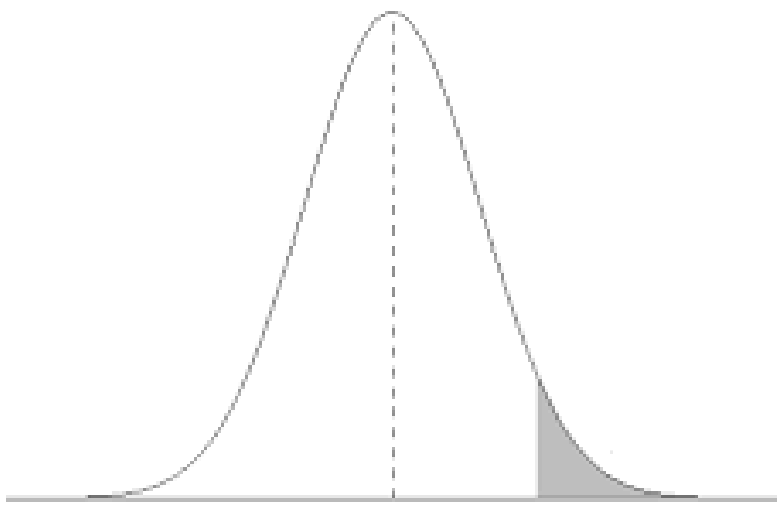


p(X<1.96)=0.975

Esempio:

Calcolare p(X>1.96)

z	Seconda cifra decimale di z									
	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.50000	0.50399	0.50798	0.51197	0.51595	0.51994	0.52392	0.52790	0.53188	0.53586
0.1	0.53983	0.54380	0.54776	0.55172	0.55567	0.55962	0.56356	0.56749	0.57142	0.57535
0.2	0.57926	0.58317	0.58706	0.59095	0.59483	0.59871	0.60257	0.60642	0.61026	0.61409
0.3	0.61791	0.62172	0.62552	0.62930	0.63307	0.63683	0.64058	0.64431	0.64803	0.65173
0.4	0.65542	0.65910	0.66276	0.66640	0.67003	0.67364	0.67724	0.68082	0.68439	0.68793
0.5	0.69146	0.69497	0.69847	0.70194	0.70540	0.70884	0.71226	0.71566	0.71904	0.72240
0.6	0.72575	0.72907	0.73237	0.73565	0.73891	0.74215	0.74537	0.74857	0.75175	0.75490
0.7	0.75804	0.76115	0.76424	0.76730	0.77035	0.77337	0.77637	0.77935	0.78230	0.78524
0.8	0.78814	0.79103	0.79389	0.79673	0.79955	0.80234	0.80511	0.80785	0.81057	0.81327
0.9	0.81594	0.81859	0.82121	0.82381	0.82639	0.82894	0.83147	0.83398	0.83646	0.83891
1.0	0.84134	0.84375	0.84614	0.84849	0.85083	0.85314	0.85543	0.85769	0.85993	0.86214
1.1	0.86433	0.86650	0.86864	0.87076	0.87286	0.87493	0.87698	0.87900	0.88100	0.88298
1.2	0.88493	0.88686	0.88877	0.89065	0.89251	0.89435	0.89617	0.89796	0.89973	0.90147
1.3	0.90320	0.90490	0.90658	0.90824	0.90988	0.91149	0.91308	0.91466	0.91621	0.91774
1.4	0.91924	0.92073	0.92220	0.92364	0.92507	0.92647	0.92785	0.92922	0.93056	0.93189
1.5	0.93319	0.93448	0.93574	0.93699	0.93822	0.93943	0.94062	0.94179	0.94295	0.94408
1.6	0.94520	0.94630	0.94738	0.94845	0.94950	0.95053	0.95154	0.95254	0.95352	0.95449
1.7	0.95543	0.95637	0.95728	0.95818	0.95907	0.95994	0.96080	0.96164	0.96246	0.96327
1.8	0.96407	0.96485	0.96562	0.96638	0.96712	0.96784	0.96856	0.96926	0.96995	0.97062
1.9	0.97128	0.97193	0.97257	0.97320	0.97381	0.97441	0.97500	0.97558	0.97615	0.97670
2.0	0.97725	0.97778	0.97831	0.97882	0.97932	0.97982	0.98030	0.98077	0.98124	0.98169
2.1	0.98214	0.98257	0.98300	0.98341	0.98382	0.98422	0.98461	0.98500	0.98537	0.98574
2.2	0.98610	0.98645	0.98679	0.98713	0.98745	0.98778	0.98809	0.98840	0.98870	0.98899
2.3	0.98928	0.98956	0.98983	0.99010	0.99036	0.99061	0.99086	0.99111	0.99134	0.99158
2.4	0.99180	0.99202	0.99224	0.99245	0.99266	0.99286	0.99305	0.99324	0.99343	0.99361
2.5	0.99379	0.99396	0.99413	0.99430	0.99446	0.99461	0.99477	0.99492	0.99506	0.99520
2.6	0.99534	0.99547	0.99560	0.99573	0.99585	0.99598	0.99609	0.99621	0.99632	0.99643

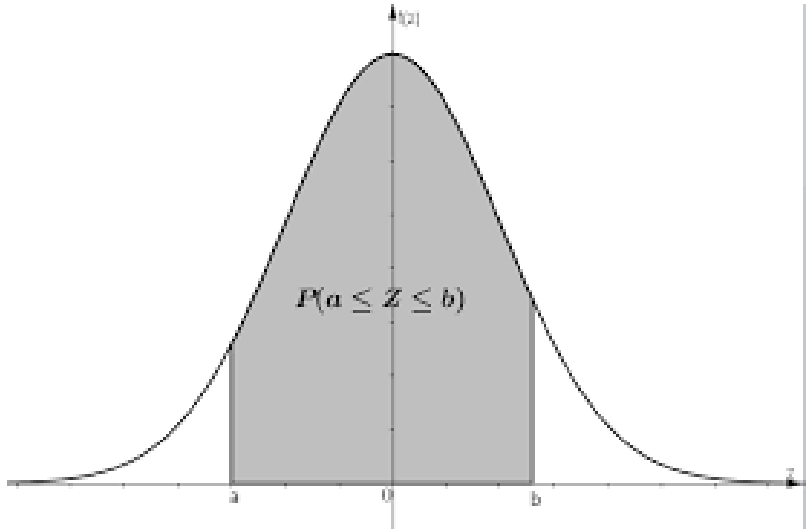


1-p(X<1.96)=0.025

Esempio:

Calcolare p(1.64<X<1.96)

	Seconda cifra decimale di z									
z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.50000	0.50399	0.50798	0.51197	0.51595	0.51994	0.52392	0.52790	0.53188	0.53586
0.1	0.53983	0.54380	0.54776	0.55172	0.55567	0.55962	0.56356	0.56749	0.57142	0.57535
0.2	0.57926	0.58317	0.58706	0.59095	0.59483	0.59871	0.60257	0.60642	0.61026	0.61409
0.3	0.61791	0.62172	0.62552	0.62930	0.63307	0.63683	0.64058	0.64431	0.64803	0.65173
0.4	0.65542	0.65910	0.66276	0.66640	0.67003	0.67364	0.67724	0.68082	0.68439	0.68793
0.5	0.69146	0.69497	0.69847	0.70194	0.70540	0.70884	0.71226	0.71566	0.71904	0.72240
0.6	0.72575	0.72907	0.73237	0.73565	0.73891	0.74215	0.74537	0.74857	0.75175	0.75490
0.7	0.75804	0.76115	0.76424	0.76730	0.77035	0.77337	0.77637	0.77935	0.78230	0.78524
0.8	0.78814	0.79103	0.79389	0.79673	0.79955	0.80234	0.80511	0.80785	0.81057	0.81327
0.9	0.81594	0.81859	0.82121	0.82381	0.82639	0.82894	0.83147	0.83398	0.83646	0.83891
1.0	0.84134	0.84375	0.84614	0.84849	0.85083	0.85314	0.85543	0.85769	0.85993	0.86214
1.1	0.86433	0.86650	0.86864	0.87076	0.87286	0.87493	0.87698	0.87900	0.88100	0.88298
1.2	0.88493	0.88686	0.88877	0.89065	0.89251	0.89435	0.89617	0.89796	0.89973	0.90147
1.3	0.90320	0.90490	0.90658	0.90824	0.90988	0.91149	0.91308	0.91466	0.91621	0.91774
1.4	0.91924	0.92073	0.92220	0.92364	0.92507	0.92647	0.92785	0.92922	0.93056	0.93189
1.5	0.93319	0.93448	0.93574	0.93699	0.93822	0.93943	0.94062	0.94179	0.94295	0.94408
1.6	0.94520	0.94630	0.94738	0.94845	0.94950	0.95053	0.95154	0.95254	0.95352	0.95449
1.7	0.95543	0.95637	0.95728	0.95818	0.95907	0.95994	0.96080	0.96164	0.96246	0.96327
1.8	0.96407	0.96485	0.96562	0.96638	0.96712	0.96784	0.96856	0.96926	0.96995	0.97062
1.9	0.97128	0.97193	0.97257	0.97320	0.97381	0.97441	0.97500	0.97558	0.97615	0.97670
2.0	0.97725	0.97778	0.97831	0.97882	0.97932	0.97982	0.98030	0.98077	0.98124	0.98169
2.1	0.98214	0.98257	0.98300	0.98341	0.98382	0.98422	0.98461	0.98500	0.98537	0.98574
2.2	0.98610	0.98645	0.98679	0.98713	0.98745	0.98778	0.98809	0.98840	0.98870	0.98899
2.3	0.98928	0.98956	0.98983	0.99010	0.99036	0.99061	0.99086	0.99111	0.99134	0.99158
2.4	0.99180	0.99202	0.99224	0.99245	0.99266	0.99286	0.99305	0.99324	0.99343	0.99361
2.5	0.99379	0.99396	0.99413	0.99430	0.99446	0.99461	0.99477	0.99492	0.99506	0.99520
2.6	0.99534	0.99547	0.99560	0.99573	0.99585	0.99598	0.99609	0.99621	0.99632	0.99643



p(X<1.96)-p(X<1.64)=
0.975-0.9495=0.0255